ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 12 AVRIL 1948.

PRÉSIDENCE DE M. HENRI VILLAT.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS
DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** souhaite la bienvenue à M[lle] **Sophie Piccard**, Professeur à l'Université de Neuchâtel, MM. **Théodore de Karman**, Correspondant de l'Académie, Professeur à l'Université de Pasadena, **Vaclav Hlavaty**, Professeur à l'Université de Prague, qui assistent à la séance.

ÉLECTROCHIMIE. — *Sur une nouvelle expérience d'électrolyse.* Note (*) de M. **Pierre Jolibois.**

Dans une précédente Note j'ai insisté sur le fait que la décomposition d'un sel par électrolyse avait lieu non pas aux électrodes, mais à la surface de séparation entre la solution et le dissolvant (1). Il est nécessaire pour apercevoir ce phénomène d'empêcher toute diffusion par gravité ou par agitation, ce qui n'est pas le cas des électrolyses habituelles dans lesquelles les différentes régions liquides sont soumises à des brassages variés, compliqués encore par des dégagements gazeux.

On peut réaliser une telle expérience très simplement dans l'appareil ci-contre formé d'un compartiment anodique A relié à un tube cathodique C, traversé à sa partie inférieure par un court fil de platine scellé dans le verre.

On place au début de l'expérience environ 500^{mg} de chlorure de plomb dans le tube C et l'on remplit l'appareil d'eau distillée. L'appareil est traversé par un courant de quelques milliampères, ce qui exige un voltage élevé dans la première phase de l'opération.

Le chlorure de plomb est progressivement réduit en plomb métallique sans aucun dégagement gazeux à la cathode, tant qu'il reste du chlorure non transformé. On s'attache à interrompre l'expérience au moment où apparaissent les

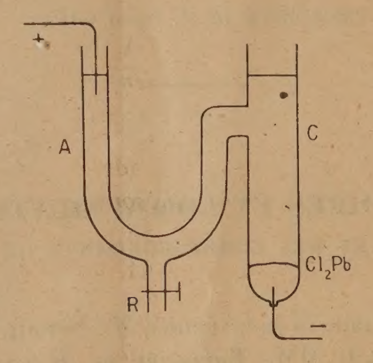
---

(*) Séance du 5 avril 1948.

(1) *Comptes rendus*, 225, 1947, p. 655.

premières bulles d'hydrogène. A ce moment on vide par le robinet R la branche anodique et on analyse le liquide contenu dans le tube C.

On trouve dans le tube C les 4/5 environ du chlore contenu dans le chlorure de plomb initial, sous forme d'acide chlorhydrique.



Cette expérience ne se prête pas aux interprétations classiques.

1° La mise en liberté du chlore sous forme d'acide chlorhydrique, non seulement n'a pas lieu à l'anode, mais elle se produit dans le compartiment cathodique.

2° L'apparition d'acide chlorhydrique ne saurait se justifier par une réaction secondaire puisque l'action du chlore sur l'eau amènerait un dégagement d'oxygène dans le compartiment cathodique, dégagement que l'on n'aperçoit pas; d'autre part cette réaction serait de sens contraire à la réaction spontanée qui est l'oxydation de l'acide chlorhydrique.

Par contre il est très facile d'expliquer ces phénomènes en ayant recours aux notions que j'ai préconisées dans mes travaux antérieurs.

Phénomène cathodique. — L'électrolyse met en liberté l'oxyde de plomb et l'hydrogène. Ce dernier est employé totalement à réduire l'oxyde d'où l'apparition du métal sans dégagement gazeux tant qu'il reste du sel de plomb.

Phénomène anodique. — Au contact de l'eau et du chlorure de plomb en solution saturée il se produit de l'acide chlorhydrique en quantité stœchiométrique imposée par la loi de Faraday. On n'en retrouve à la fin de l'expérience que les 4/5, parce que le reste 1/5 a servi au transport du courant électrique sous forme d'ions chlore. L'acide chlorhydrique ainsi mobilisé s'est dirigé vers l'anode, y a rencontré un abondant dégagement d'oxygène et s'est transformé en chlore gazeux.

Cette proportion de 1/5 était attendue et ressort de la vitesse de l'ion chlore.

En nous reportant aux notations employées précédemment (*loc. cit.*), la proportion d'acide chlorhydrique déplacée vers le vase anodique est de U_{Cl}/A, soit 17,1 % pour une dilution infinie, alors que dans mes expériences j'ai trouvé 18 %.

Le chlorure d'argent donne lieu à des expériences identiques malgré sa faible solubilité.

Il n'en est pas de même avec le phosphate et le sulfate de plomb qui ne se transforment en plomb métallique que très lentement et en présence d'un abondant dégagement d'hydrogène.

M. **Louis de Broglie** fait hommage à l'Académie du *Recueil des travaux de l'Assemblée générale* de l'*Union Radio scientifique internationale*, à la séance inaugurale de laquelle il a prononcé un discours, le 27 septembre 1946.

M. **Pierre Lejay** fait hommage à l'Académie d'un Ouvrage polycopié de MM. J. Martin et R. Bollo intitulé *Liaisons gravimétriques Paris-Chamonix-Genève* (20 *novembre au* 4 *décembre* 1947) *et Paris-Toulouse-Pic du Midi de Bigorre* (31 *décembre* 1947 *au* 12 *janvier* 1948), dont il a écrit la *Préface*.

M. **Louis Blaringhem** fait hommage à l'Académie d'un Ouvrage de M. Gustave Malécot intitulé *Les mathématiques de l'hérédité*, dont il a écrit la *Préface*.

DÉSIGNATIONS.

M. **Émile Roubaud** est désigné pour représenter l'Académie au septième **Congrès Séricicole International** qui se tiendra à Alès, du 7 au 13 juin 1948.

CORRESPONDANCE.

MM. **Costantino Gorini**, **Erich Tschermak-Seysenegg**, Correspondants de l'Académie, le Président et le Secrétaire général de l'**Académie autrichienne des Sciences**, à Vienne, adressent l'expression de leurs sentiments de condoléances à l'occasion du décès de M. *Alfred Lacroix*.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Constantin Levaditi. *La Streptomycine et ses applications thérapeutiques* (*principalement dans la tuberculose*) (présenté par M. Emmanuel Leclainche).

2° Pierre Gavaudan. *Pharmacodynamie de l'inhibition de la caryocinèse*.

3° Giuseppe Pagano. *I Riflessi del seno carotideo*.

ALGÈBRE. — *Sur les lattices pseudo-modulaires*. Note de M. **Jacques Riguet**, présentée par M. Élie Cartan.

Posons les définition suivantes : Étant donné une lattice L ayant un plus petit élément o, on dira :

— que L est *pseudo-distributrice à gauche* lorsque, quels que soient $a, b, c \in L$,

$$ab = 0 \rightarrow (a+b)c = ac + bc;$$

— que L est *pseudo-modulaire à gauche* lorsque, quels que soient $a, b, c \in L$,

$$a \prec c \quad \text{et} \quad ab = 0 \rightarrow (a+b)c = a + bc;$$

— que L est *à + dépendance normale* lorsque, quels que soient $a_1, \ldots, a_n \in L$,

$$\begin{matrix} a_i(a_1 + \ldots + a_{i-1} + a_{i+1} + \ldots + a_n) = 0 \\ \text{pour } i = 1, 2, \ldots, n \end{matrix} \rightleftharpoons \begin{matrix} a_i(a_1 + \ldots + a_{i-1}) = 0 \\ \text{pour } i = 1, 2, \ldots, n; \end{matrix}$$

— que L est *à + décomposition normale* lorsque, quelles que soient les sous-lattices A et B ayant en commun 0, la condition nécessaire et suffisante pour que la sous-lattice engendrée par A et B soit le produit + direct de A et B est que $A \cap B = \{0\}$.

Il est immédiat que la condition nécessaire et suffisante pour que L soit pseudo-modulaire à gauche est que quels que soient $a, b, c \in L$,

$$ab = 0 \rightarrow ac + bc = (ac + b)c,$$

que la condition nécessaire et suffisante pour que L soit *à* + décomposition normale est que quels que soient $a_1, a_2, b_1, b_2 \in L$

$$(a_1 + a_2)(b_1 + b_2) = 0 \rightarrow (a_1 + b_1)(a_2 + b_2) = a_1 a_2 + b_1 b_2.$$

Le *lemme* suivant est immédiat :

Si L *est à + décomposition normale,* on a

$$\begin{matrix} b_1 b_2 = 0 \\ (b_1 + b_2)a = 0 \end{matrix} \rightarrow b_1(b_2 + a) = 0.$$

THÉORÈME. — *Si* L *est à + décomposition normale,* L *est à + dépendance normale.*

Posons

$$\overline{a}_i^n = a_1 + \ldots + a_{i-1} + a_{i+1} + \ldots + a_n.$$

Il faut montrer que

$$a_i \overline{a}_i^n = 0 \rightleftharpoons a_i(a_1 + \ldots + a_i) = 0.$$

$\rightarrow$ est toujours vrai. Pour démontrer $\leftarrow$ raisonnons par récurrence. La proposition est vraie pour $n = 2$. Supposons-la vraie pour $n - 1$. Par hypothèse pour $i = n$, on a $a_n(\overline{a}_i^{n-1} + a_i) = 0$. D'après l'hypothèse d'induction $a_i \overline{a}_i^{n-1} = 0$.

Il résulte du lemme précédent que $a_i(\overline{a}_i^{n-1} + a_n) = 0$, c'est-à-dire $a_i \overline{a}_i^n = 0$.

THÉORÈME. — *Si* L *est pseudo-modulaire à gauche,* L *est à + décomposition normale.*

Supposons $(a_1 + a_2)(b_1 + b_2) = 0$. Il faut montrer que

$$(a_1 + b_1)(a_2 + b_2) = a_1 a_2 + b_2 b_2.$$

Posons

$$a = a_1 + a_2, \qquad b = b_1 + b_2.$$

On a

$$ab = 0 \qquad (b + a_1)(b + a_2) \prec a + b.$$

Donc

$$(b+a_1)(b+a_2)=(a+b)(b+a_1)(b+a_2)=b+a(b+a_1)(b+a_2), \quad \text{car} \quad ab=0,$$

et

$$b \prec (b+a_1)(b+a_2).$$

D'où

$$(b+a_1)(b+a_2)=b+(a_1+b)a(a_2+b)a=b+(a_1+ab)(a_2+ab),$$

c'est-à-dire

$$(b+a_1)(b+a_2)=b+a_1a_2.$$

De même,

$$(a+b_1)(a+b_2)=a+b_1b_2.$$

Or

$$(a_1+b)(b_1+a)=a_1+b(b_1+a)=a_1+(b_1+a)b=a_1+b_1+ab=a_1+b_1.$$

De même

$$(a_2+b)(b_2+a)=a_2+b_2.$$

Donc

$$\begin{aligned}(a_1+b_1)(a_2+b_2)&=(a_1+b)(b_1+a)(a_2+b)(b_2+a)\\&=(a_1+b)(a_2+b)(b_1+a)(b_2+a)=(a_1a_2+b)(b_1b_2+a)\\&=a_1a_2+b(b_1b_2+a)=a_1a_2+b_1b_2+ab=a_1a_2+b_1b_2.\end{aligned}$$

Définition. — L étant pseudo-modulaire à gauche, nous dirons que la $+$ décomposition $a=a_1+\ldots+a_n$ de $a\in$ L est *directe* et nous écrirons $a=a_1\dot{+}\ldots\dot{+}a_n$ lorsque $a_i(a_1+\ldots+a_{i-1})=0$ (ou ce qui est équivalent d'après les deux théorèmes précédents, lorsque $a_i\bar{a}_i=0$ en posant $\bar{a}_i=a_1+\ldots+a_{i-1}+a_{i+1}+\ldots+a_n$).

De plus si $b\in$ L on appellera *composant* de b dans a_i l'élément $a_i^b=a_i(b+\bar{a}_i)$. Étant donné une lattice L pseudomodulaire à gauche et une décomposition directe $a=a_1\dot{+}\ldots\dot{+}a_n$ de $a\in$ L, on démontre successivement les théorèmes suivants, qui généralisent ceux de O. Ore ([1]).

Théorème 1. — $x+\bar{a}_i=b+\bar{a}_i$ et $x\prec a_i\rightarrow x=a_i^b$

Théorème 2. — *Quels que soient* $i, j=1, \ldots, n$, $\dot{a}_i a_j=a_i^b a_j^b$, $(a_i+a_j)^b\prec a_i^b+a_j^b$.

Théorème 3. — $b\prec a_1+\ldots+a_n\rightarrow b\prec a_1^b+\ldots+a_n^b$.

Théorème 4. — $a_i^{(b+c)}=a_i^b+a_i^c$.

D'où en suivant la méthode de O. Ore un théorème analogue au théorème de Remak-Schmidt.

Définition. — Étant donné une lattice L ayant un plus grand élément 1, si L est munie en plus des deux lois de lattice, d'une multiplication ([2]) distributive par rapport à $+$ et telle que 1 est élément neutre pour cette multiplication nous dirons que L est une *lattice d'idéaux à élément neutre*. On a alors le

Théorème. — *Toute lattice d'idéaux à élément neutre est une lattice pseudo-distributive à droite* (*c'est-à-dire telle que quels que soient* a, b, c, $a+b=1\rightarrow ab+c=(a+c)(b+c)$) *donc en particulier pseudo modulaire à droite*.

([1]) *Annals of math.*, 37, 1936, p. 265-292, Chap. I.

([2]) Cette multiplication n'est pas supposée commutative.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la détermination du coefficient d'hérédité d'une corde élastique, par le calcul symbolique.* Note de M. **Ion Cârstoiu**.

1. Le mouvement d'une corde élastique dans le cas de l'hérédité linéaire, conduit à l'équation intégro-différentielle [1]

$$\frac{d^2 f}{dt^2} + m^2 \left[f(t) + \int_0^t f(\tau)\,\psi(t, \tau)\,d\tau \right] = 0. \tag{1}$$

Il s'agit d'évaluer le coefficient d'hérédité ψ dans le cas important où ce coefficient est de la forme $\psi(t, \tau) = \psi(t - \tau)$, en supposant que le mouvement de la corde nous a fait connaître, par observation directe, la fonction $f(t)$.

Posons

$$f(t) \supset \varphi(p), \qquad \psi(t) \supset h(p).$$

En tenant compte des conditions initiales : $a = f'(0)$, $b = f(0)$, la forme symbolique de (1) s'écrit

$$\left[p^2 + m^2 \left(1 + \frac{h(p)}{p} \right) \right] \varphi(p) = ap + bp^2. \tag{2}$$

Introduisons la fonction

$$\mathrm{H}(p) = \frac{1}{p} + \frac{h(p)}{p^2}. \tag{3}$$

On a alors

$$\varphi(p) = \frac{a + bp}{p + m^2 \mathrm{H}(p)}. \tag{4}$$

En supposant $f(t)$ connue, on déduira $\varphi(p)$ par l'intégrale de Carson. La relation (4) donnera $\mathrm{H}(p)$; on aura ensuite

$$h(p) = p^2 \mathrm{H}(p) - p, \tag{5}$$

qui permettra de trouver par l'intégrale de Bromwich, le coefficient d'hérédité $\psi(t)$.

2. Remarquons que la relation (4) peut s'écrire

$$\varphi(p) = a \left[\frac{1}{p} - \frac{1}{p} \frac{m^2 \mathrm{H}(p)}{p + m^2 \mathrm{H}(p)} \right] + b \left[1 - \frac{m^2 \mathrm{H}(p)}{p + m^2 \mathrm{H}(p)} \right], \tag{6}$$

qui donnera, en revenant aux originaux [2]

$$f(t) = a\mathrm{S}_1(t \mid m^2) + b\mathrm{S}_2(t \mid m^2), \tag{7}$$

---

[1] Vito Volterra, *Lincei Rend.*, 1912, 2e sem., p. 3; voir également son Ouvrage : *Leçons sur les fonctions de lignes*, Paris, 1913, p. 97.

[2] *Cf.* Volterra, *loc. cit.*

avec

$$(8)\qquad \begin{cases} S_1(t\,|\,m^2) \supset \dfrac{1}{p} - \dfrac{1}{p}\,\dfrac{m^2 H(p)}{p + m^2 H(p)} \subset t + \displaystyle\int_0^t (t-\tau) S(\tau\,|\,m^2)\,d\tau, \\ S_2(t\,|\,m^2) \supset 1 - \dfrac{m^2 H(p)}{p + m^2 H(p)} \subset 1 + \displaystyle\int_0^t S(\tau\,|\,m^2)\,d\tau, \end{cases}$$

et

$$(9)\qquad S(t\,|\,m^2) = -\frac{m^2}{2i\pi}\int_{Br} e^{pt}\,\frac{H(p)\,dp}{p + m^2 H(p)}.$$

3. Il est aisé de vérifier sur les formules (8) et (9) que dans le cas des cordes vibrantes sans hérédité, les transcendantes S_1 et S_2 se réduisent aux fonctions $(1/m)\sin mt$ et $\cos mt$, la fonction S se réduisant à $-m\sin mt$.

Cherchons s'il est possible d'avoir, pour une corde avec hérédité, des mouvements vibratoires de la même nature; il suffit de prendre

$$(10)\qquad S(t\,|\,m^2) \supset -\frac{p\,m^2 H(p)}{p + m^2 H(p)} = -\frac{pn^2}{p^2 + n^2} \subset -n\sin nt.$$

On en tire

$$(11)\qquad H(p) = \frac{n^2}{m^2}\,\frac{1}{p},$$

$$(12)\qquad h(p) = kp \subset k\,\delta(t), \qquad \left(k = \frac{n^2 - m^2}{m^2}\right),$$

$\delta(t)$ désignant la fonction de Dirac. Or, ces mouvements sont en concordance avec l'expérience. Il s'ensuit, qu'*on peut supposer, qu'une corde vibrante ait une hérédité donnée par la fonction (distribution) de Dirac*. Cela donnerait une signification physique à cette fonction.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Quelques théorèmes de composition.* Note de M. **Szolem Mandelbrojt**, présentée par M. Paul Montel.

Théorème I. — *Soient* $\{m_n\}$ *et* $\{M_n\}$ *deux suites positives*, $\log m_n$ *et* $\log M_n$ *étant convexes en n, et telles que*

$$(1)\qquad \sum \left(\frac{m_n M_n}{m_{n+1} M_{n+1}}\right)^{\frac{1}{2\alpha}} = \infty, \qquad (a > 0).$$

Soit $\{\lambda_n\}$ *une suite d'entiers positifs pairs, et soit* $p(t)$ *une fonction croissante pour* $0 \leq t < a\pi$ *telle que*

$$\int_0^{a\pi} (a\pi - t)\,dp < \infty.$$

Soit $F(s)$ *une fonction holomorphe dans la bande* $|t| < a\pi$ *telle qu'il existe des*

constantes A, $c(0 \leq c < \lambda_1)$ *et une suite* $\{d_n\}$ *pour lesquelles on ait*

$$|F(s)| \leq A\, e^{p(t)-c\sigma},$$

$$\left| F(s) - \sum_0^n d_\nu e^{-\lambda_\nu s} \right| \leq M_{q+1} e^{-q\sigma + p(t)} (\lambda_n \leq q < \lambda_{n+1}), \qquad (n \geq 1).$$

S'il existe une fonction paire $f(x)$, *non identiquement nulle, indéfiniment dérivable, et telle que*

$$(2) \quad \begin{cases} \int_0^x f(t)\,dt = O(1), \quad |f^{(n)}(x)| < m_n (n \geq 0), \quad f^{(\lambda_n)}(0) = 0 (n \geq 1), \\ (-\infty < x < \infty), \end{cases}$$

la fonction $F(s)$ *est identiquement nulle, et* $d_n = 0 (n \geq 1)$.

Pour la démonstration nous utilisons quelques considérations que nous avons développées dans deux Notes récentes faites en collaboration avec N. Wiener et une partie de la méthode utilisée par W. Fuchs dans sa démonstration d'un de mes théorèmes [1]. Le théorème 1 sert à démontrer le théorème suivant :

THÉORÈME 2. — *Soient* $\{\lambda_n\}$ *et* $\{\mu_n\}$ *deux suites d'entiers positifs pairs, complémentaires par rapport à la suite d'entiers positifs pairs, avec* $\mu_1 = 0$. *Soient* $\{m_n\}$, $\{m'_n\}$ *deux suites positives et désignons par* $\{m_n^c\}$, $\{m'^c_n\}$ *les suites régularisées de logarithmes convexes correspondantes* [2]. *Supposons que*

$$\sum \frac{m_n^c\, m'^c_n}{m_{n+1}^c\, m'^c_{n+1}} = \infty.$$

De deux choses l'une : ou toute fonction paire $f(x)$ *satisfaisant* (2) *est identiquement nulle, ou bien toute fonction paire* $\varphi(x)$ *telle que*

$$|\varphi^{(n)}(x)| \leq m'_n (n \geq 0, -\infty < x < \infty),$$

$\varphi^{(\mu_n)}(0) = 0\ (n \geq 1)$ *est identiquement nulle.*

En combinant ce théorème avec un théorème (théorème B′) que j'ai démontré récemment [3], on obtient le théorème suivant :

THÉORÈME 3. — *Soit* $\{\lambda_n\}$ *une suite positive paire, et supposons que*

$$\sum \frac{m_n}{m_{n+1} \lambda_{n+1}} = \infty,$$

Toute fonction paire $f(x)$ *telle que*

$$\int_0^x f(t)\,dt = O(1), \quad |f^{(n)}(x)| \leq m_n \quad (n \geq 0, -\infty < x < \infty), \quad f^{(\lambda_n)}(0) = 0, (n \geq 1),$$

est identiquement nulle

---

(1) W. H. J. FUCHS, *Proceedings of the London Math. Soc.*, 1947, vol. 52, p. 19-25.

(2) C'est-à-dire $\log m_n^c$ est la plus grande suite convexe $\{\alpha_n\}$ telle que $\alpha_n \leq \log m_n$.

(3) *Ann. Éc. Norm. Sup.*, (3), 63, 1946, p. 351-378. Dans ce théorème la condition $\log q_n/n \to 0$ est inutile.

On sait que pour démontrer le théorème classique de quasi-analyticité (c'est-à-dire lorsqu'on suppose que toutes les dérivées sont nulles à l'origine), on peut supposer, sans restreindre la généralité, qu'il s'agit de fonctions définies sur l'axe entier. On peut même supposer que les fonctions sont données par les séries de cosinus.

Mais, lorsqu'on ne suppose que $f^{(\lambda_n)}(0)=0$, où λ_n est une suite convenablement choisie (par rapport à la suite $\{m_n\}$), il y a une différence essentielle entre l'axe entier et une demi-droite.

Nous avons donné, dans le Mémoire cité *(Ann. Éc. Norm. Sup.)* des théorèmes concernant les fonctions définies pour $x \geqq 0$.

Le cas de l'axe entier est beaucoup plus simple, autant pour les énoncés que pour les démonstrations. Ainsi, en tenant compte de quelques considérations de nos Notes avec N. Wiener et en s'inspirant d'une méthode utilisée par W. Fuchs (4) pour le problème des moments, on obtient le théorème suivant :

THÉORÈME 4. — *Soit $f(x)$ une fonction indéfiniment dérivable sur l'axe entier telle que $|f^{(n)}(x)| \leqq M_n (n \geqq 0, -\infty < x < \infty)$.*

Soit $\{\nu_k\}$ une suite d'entiers positifs pairs, et soit $\{\mu_n\}$ une suite d'entiers positifs impairs telles que $f^{(\nu_n)}(0)=0$, $f^{(\mu_n)}(0)=0$.

Posons $\psi_1(r)=\exp 2\Sigma\nu_n^{-1}$, $\psi_2(r)=\exp 2\Sigma\mu_n^{-1}$, et soient a, b, A, B des constantes positives et $\alpha_1(r)$, $\alpha_2(r)$ des fonctions positives non croissantes telles que

$$\psi_1(r) \geqq A\left(\frac{r}{\alpha_1(n)}\right)^a, \qquad \psi_2(r) \geqq B\left(\frac{r}{\alpha_2(r)}\right)^b.$$

Si

$$(3) \qquad \sum \frac{1}{\alpha_1(n)(M_n^c)^{\frac{1}{an}}} = \infty, \qquad \sum \frac{1}{\alpha_2(n)(M_n^c)^{\frac{1}{bn}}} = \infty,$$

la fonction $f(x)$ est identiquement nulle.

Le théorème de Denjoy-Carleman est un cas particulier de ce théorème (pour l'axe entier). Lorsqu'une fonction est supposée paire, les relations $f^{(\nu_n)}(0)=0$, $|f^{(n)}(x)| \leqq M_n$ et la première relation (3) suffisent pour qu'on puisse conclure que $f(x) \equiv 0$. Remarque analogue pour les fonctions impaires.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur les domaines d'univalence de certaines fonctions entières.* Note de M. **Léonce Fourès**, présentée par M. Paul Montel.

Dans le découpage du plan z en domaines d'univalence de la fonction $w=f(z)$ par les courbes $\arg f(z)=$ const., on rencontre des difficultés signalées par M. Valiron (1), dans le cas où la fonction $z=f^{-1}(w)$ présente

(4) W. H. J. Fuchs, *Bulletin of the Am. Math. Society*, 52, 1946, p. 1057-1059.

(1) *Bull. Sc. Math.*, 63, 1939, 132 ; *Journal de Math.*, 105, 1940, p. 339.

certains types de points transcendants. Je me propose ici de faire ce découpage en étudiant séparément les domaines où la fonction prend des valeurs couvrant un voisinage des singularités transcendantes.

Soit D un domaine du plan z; son extension $\mathfrak{D}$ sera le domaine simplement connexe contenant D et sur lequel $f(z)$ prend toutes les valeurs intérieures à $\Delta^\star$ limité par le contour extérieur $\Gamma^\star$ de Δ image de D.

Si $\Delta^\star$ ne contient pas de point critique transcendant, on décompose $\mathfrak{D}$ en un nombre fini ou infini de cellules normales finies d'univalence; ces cellules admettent pour frontières des arcs intérieurs à $\mathfrak{D}$, images de coupures joignant dans $\Delta^\star$ les points critiques algébriques à un point fixe $A \in \Gamma^\star$, et des arcs $\gamma \in \mathfrak{C}$ frontière de $\mathfrak{D}$: les arcs γ d'un seul tenant correspondent à $\Gamma^\star$ parcourue tout entière une seule fois, et sont appelés les côtés libres des cellules. Il ne pénètre à distance finie qu'un nombre fini de cellules, chacune n'ayant qu'un seul côté libre.

Dans le cas où $\Delta^\star$ contient une singularité transcendante, nous isolons d'abord cette singularité ω dans un cercle Δ' l'admettant pour centre (dans le plan w); ce cercle a pour image dans le plan z un domaine $\mathfrak{D}'$ infini simplement connexe limité par une ou plusieurs courbes infinies. On peut trouver un diamètre $B\omega A$ de ce cercle qui ne rencontre pas d'autre point singulier que ω. On construit alors dans le cercle un réseau de courbes analytiques (pseudo-rayons), joignant ω et A et telles que par tout point intérieur au cercle il ne passe qu'une courbe de la famille.

Désignons par $E_{A,\alpha}(w)$ un élément de la fonction inverse dont le centre est A et qui correspond à une valeur α de $z = f^{-1}(w)$.

Si tout élément $E_{A,\alpha}(w)$ tend vers une valeur finie quand on le prolonge jusqu'à ω suivant tout pseudo-rayon, en contournant les points critiques toujours dans le même sens, on peut décomposer $\mathfrak{D}'$ en cellules normales finies.

Dans le cas où Δ' ne renferme qu'un nombre fini de points critiques algébriques, on décompose $\mathfrak{D}'$ en une infinité de cellules normales infinies, ne s'accumulant pas à distance finie, ayant pour frontière : un arc γ d'un seul tenant correspondant au contour de Δ' parcouru une seule fois; un nombre fini d'images de coupures tracées dans Δ' suivant des arcs de pseudo-rayons; deux arcs images du segment $A\omega$.

Les cellules normales finies ou infinies sont complètes, c'est-à-dire que $f(z)$ prend à leur intérieur toutes les valeurs intérieures au contour du plan w correspondant à γ.

Dans le cas où Δ' renferme une infinité de points critiques algébriques, on pourra rencontrer, en outre, des cellules incomplètes [les valeurs prises par $f(z)$ à leur intérieur ne recouvrent pas Δ'] dont certaines n'ont pas de côté libre. Ces cellules seront classées en différents types selon la nature de leur frontière : les éléments-frontière peuvent être :

1 arc γ au plus (les cellules ayant un côté libre sont de type α).

1 arc au plus correspondant au segment $A\omega$.

2 arcs T au plus, limites dans le plan z d'images de coupures ayant une extrémité commune α, $f(\alpha) = A$.

un nombre fini ou infini d'images de coupures.

Si nous considérons les domaines $\mathfrak{D}'_1$, $\mathfrak{D}'_2$, ..., $\mathfrak{D}'_i$, ... se représentant sur Δ^* et intérieurs à $\mathfrak{D}$ (certains $\mathfrak{D}'_i$ peuvent être bornés), nous pouvons prolonger les cellules ayant un côté libre γ, jusqu'à la frontière $\mathfrak{C}$ de $\mathfrak{D}$. Les nouvelles cellules auront un côté libre sur $\mathfrak{C}$ correspondant à Γ^*, et leur frontière comprendra les arcs frontières de la cellule initiale (autres que γ); deux arcs images d'un arc AA_0 intérieur à $(\Delta^* - \Delta')$, $A_0 \in \Gamma^*$; et un nombre fini d'images de coupures joignant dans $\Delta^* - \Delta'$, les points crit. alg. au point A_0. Si Δ^* contient plusieurs points transcendants, on partage Δ^* en autant de domaines δ^* ne contenant chacun qu'un seul point transcendant, par des arcs $A_0 B_i$, $B_i \in \Gamma^*$, et on raccorde ensuite les cellules partielles.

On considère enfin une suite de domaines $D_1 \subset D_2 \ldots \subset D_\mu \subset \ldots$ et leurs extensions; on décompose $\mathfrak{D}_1$ en cellules (complètes ou incomplètes) dont certaines ont un côté libre. On prolonge ces cellules, et celles des homologues de $\mathfrak{D}_1$ intérieurs à $\mathfrak{D}_2$, dans $\mathfrak{D}_2$ comme on a prolongé les cellules de $\mathfrak{D}'$ dans $\mathfrak{D}$. On considérera les homologues de $\mathfrak{D}_2$ inclus dans $\mathfrak{D}_3$: on décompose alors ces $\mathfrak{D}_2$ en cellules en utilisant les cellules provenant de la décomposition des $\mathfrak{D}_1$ qu'ils contiennent. Comme un nombre fini de C_μ pénètre à distance finie, quel que soit μ, après un nombre fini d'opérations on aura couvert et décomposé en cellules une région du plan z contenant une portion donnée quelconque de ce plan.

Dans le cas où les points transcendants sont en nombre fini, on pourra après avoir isolé les points transcendants, tracer dans le plan w un nombre fini de coupures joignant les points A au point à l'infini.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur un théorème de M. Denjoy.*

Note (*) de M. **Ernest Corominas**, présentée par M. Arnaud Denjoy.

M. Denjoy a défini les nombres dérivés d'ordre supérieur et il a également prouvé qu'on peut généraliser partiellement, pour ces nombres, son théorème sur les nombres dérivés du premier ordre. Rappelons que ce théorème, sous la forme qui s'adapte le mieux au but de cette Note, établit que $f(x)$ étant une fonction mesurable définie sur un segment $[a, b]$, sur une pleine épaisseur du segment se vérifient les propriétés suivantes :

1° Si deux nombres dérivés associés sont finis, tous les quatre sont égaux;

2° Deux nombres dérivés associés ne sont jamais infinis du même signe;

3° Si un nombre dérivé est fini, il est égal au nombre dérivé opposé;

(*) Séance du 5 avril 1948.

4° Si un nombre dérivé est infini, le nombre dérivé opposé est aussi infini, mais de signe contraire.

La généralisation de M. Denjoy s'étend à la première partie du théorème.

M. Denjoy a proposé [1] d'étudier si la généralisation peut s'étendre aux trois autres parties du théorème.

L'objet de cette Note est de montrer que cette généralisation n'est pas possible.

Pour cela, considérons la fonction $y = f(x) (0 \leq x \leq 1)$ définie de la façon suivante :

A chaque x

$$x = 0, \quad a_1 \quad a_2 \quad a_3 \quad \ldots \quad a_n \quad \ldots$$

écrit dans le système de base 2, faisons correspondre un y

$$y = 0, \quad b_1 \quad b_2 \quad b_3 \quad \ldots \quad b_n \quad \ldots$$

écrit dans le système de base p, en mettant $a_n = b_n$ si $a_n = 0$ et $b_n = p - 1$ si $a_n = 1$.

La fonction est ainsi bien définie pour tout $x \neq m/2^i$. Dans ces derniers points, aux deux façons d'exprimer x dans le système de base 2, correspondent deux valeurs différentes de y. On peut prendre comme valeur de y dans ces points n'importe laquelle de ces deux valeurs ou même sa moyenne arithmétique.

Il est clair que $f(x)$ est monotone croissante pour tout x et continue pour tout $x \neq m/2^i$.

Nous introduisons les fonctions $u_n(x)$ et $z_n(x)$ définies de la façon suivante :

$$u_n(x) = 0 \text{ si } a_n = 0, \qquad u_n(x) = m \text{ si } a_n = a_{n-1} = \ldots = a_{n-m+1} = 1 \text{ et } a_{n-m} = 0,$$
$$z_n(x) = 0 \text{ si } a_n = 1, \qquad z_n(x) = m \text{ si } a_n = a_{n-1} = \ldots = a_{n-m+1} = 0 \text{ et } a_{n-m} = 1.$$

On peut prouver qu'il y a un ensemble A qui est une pleine épaisseur du segment, sur lequel se vérifient les quatre conditions suivantes :

$$(1) \quad \overline{\lim_{n \to \infty}}\, u_n(x) = \infty, \qquad \overline{\lim_{n \to \infty}}\, z_n(x) = \infty, \qquad \lim_{n \to \infty} \left(\frac{u_n(x)}{n} \right) = 0, \qquad \lim_{n \to \infty} \left(\frac{z_n(x)}{n} \right) = 0.$$

Nous supposerons aussi que l'ensemble A ne contient pas les points $x = m/2^i$.

Nous avons pu démontrer la formule suivante :

$$(2) \quad 2^{-r} \left[(p-2) p^{c_{n+1}(x)} + \left(\frac{2^r}{p} \right)^{n+1} \right] < \left| \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h^r} \right| < 2^r \left[(p-2) p^{c_n(x)} + \left(\frac{2^r}{p} \right)^n \right].$$

Pour $2^{-n-1} \leq |h| < 2^{-n}$ et où $c_n(x) = n \log_p(2^r/p) + u_n(x)$ si $h > 0$ et $c_n(x) = n \log_p(2^r/p) + z_n(x)$ si $h < 0$, qui est valable pour tout $x \neq m/2^i$.

---

(1) *Fundamenta Mathematicæ*, 5, xxv, p. 273-326.

De cette formule on peut déduire les valeurs des nombres dérivés d'ordre supérieur. Pour cela, nous considérerons plusieurs cas, selon les valeurs de s et de p.

1° s pair et $2^{s-1} < p < 2^s$;

2° s impair et $2^{s-1} < p < 2^s$;

3° s impair et $2^s = p$;

4° s pair et $2^s = p$.

Dans tous les cas on déduit que sur l'ensemble A tous les coefficients différentiels d'ordre $< s$ existent et sont nuls. Pour les nombres dérivés d'ordre s, dans le même ensemble, on obtient les résultats suivants :

1° $f^{(s)+}(x) = f_+^{(s)}(x) = +\infty$, $f^{(s)-}(x) = f_-^{(s)}(x) = -\infty$;

2° $f^{(s)+}(x) = f_+^{(s)}(x) = f^{(s)-}(x) = f_-^{(s)}(x) = +\infty$;

3° $0 < f^{(s)+}(x) < +\infty$, $0 > f^{(s)-}(x) > -\infty$, $f_+^{(s)}(x) = \infty$, $f_-^{(s)}(x) = -\infty$;

4° $0 < f_+^{(s)}(x) < +\infty$, $0 < f_-^{(s)}(x) < +\infty$, $f^{(s)+}(x) = f^{(s)-}(x) = +\infty$.

On déduit donc qu'il est impossible de généraliser pour les nombres dérivés d'ordre supérieur les trois dernières règles du théorème de M. Denjoy pour les nombres dérivés du premier ordre.

On peut définir une suite croissante d'ensembles parfaits P_n, dont la limite a pour mesure 1 et telle qu'aucun P_n ne contienne des points $x = m/2^i$. Prenons $f_n(x) = f(x)$ sur l'ensemble P_n et linéaire dans les intervalles contigus. Alors la fonction $F(x) = \sum_{n=1}^{\infty} f_n(x)/n!$ est une fonction continue qui possède les mêmes propriétés différentielles que $f(x)$.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Propriétés des fonctions surharmoniques positives dans un demi-espace.* Note de Mlle **Jacqueline Lelong**, présentée par M. Arnaud Denjoy.

Soient, dans l'espace R^p à $p \geq 2$ dimensions, le demi-espace D $(x > 0)$ limité par l'hyperplan π, et $u(M)$ une fonction surharmonique positive dans D. Nous voulons étudier les limites du rapport $u(M)/x$ lorsque M tend vers un point de π. Or nous savons que $u(M)$ est la somme d'une fonction $H(M)$ harmonique positive dans D, et d'un potentiel $U^\mu(M)$, de masse positive, par rapport à la fonction de Green $g(M, P)$ de D (en abrégé : potentiel de Green). Il suffit donc d'étudier séparément les limites de $H(M)/x$ et de $U^\mu(M)/x$. Nous aurons deux cas à examiner, selon que M tend vers un point de π à distance finie (que l'on peut prendre pour origine), ou vers l'infini.

Définitions. — 1° Nous appellerons *puissance intérieure* d'un ensemble E contenu dans D, la borne supérieure de l'intégrale $\int_E x\,d\lambda$ pour toute distribution de masse positive λ telle que $U^\lambda(M) \leq x$ partout dans D.

[Cette notion coïncide avec la μ-capacité intérieure de E par rapport à la fonction de Green pour une distribution μ convenable [1].]

La *puissance extérieure* de E sera la borne inférieure des puissances des ensembles ouverts le contenant. Pour E ouvert ou fermé, les deux puissances coïncident.

2° Nous dirons qu'un ensemble E est *effilé* à l'origine (resp. à l'infini) *relativement à* D si la puissance extérieure γ_n de $E_n = E \cap I_n$, où I_n est l'intersphère $s^{n+1} \leqq OM \leqq s^n (s < 1)$ [resp. $s^{n+1} \geqq OM \geqq s^n (s > 1)$] satisfait à

$$\sum_{n=1} \frac{\gamma_n}{s^{np}} < \infty. \tag{1}$$

Propriétés. — *a.* Une inversion de pôle O transforme un ensemble effilé à l'origine en un ensemble effilé à l'infini (relativement à D).

b. Si E est contenu dans un cône $C_k(OM/x \leqq k)$ et si C_n est la capacité ordinaire de E_n, la condition d'effilement à l'origine équivaut à

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{C_n}{s^{n(p-2)}} < \infty,$$

de sorte que dans C_k, l'effilement relatif à D à l'origine coïncide avec l'effilement ordinaire pour $p \geqq 3$.

c. En reprenant une démonstration de M. J. Deny, on montre que si E est effilé en O relativement à D, le faisceau des rayons issus de O dont l'intersection avec E admet O pour point limite découpe sur la sphère de centre O et de rayon 1, un ensemble de capacité extérieure nulle dans R^p. (Nous désignerons par J un tel faisceau de droites.)

I. *Propriétés des fonctions harmoniques positives :*

Théorème 1 *a.* — *Si* H(M) *est harmonique positive dans* D, *et si l'on pose* $c =$ *borne inf.* $H(M)/x$, *alors quel que soit* $\alpha > 0$, *l'ensemble des points de* D, *où* $H(M) \geqq (c+\alpha)x$ *est effilé à l'infini relativement à* D, *et forme avec* π *un continu, de sorte que le rapport* $H(M)/x$ *tend vers c lorsque* $M \to \infty$ *en restant dans un cône* C_k *fixe* $[OM/x \leqq k]$.

Théorème 1 *b.* — *Si* H(M) *est harmonique positive dans* D, *et si* $\varliminf_{M \to O} H(M)/x = c < \infty$, *alors, quel que soit* $\alpha > 0$, *l'ensemble des points de* D, *où* $H(M) \geqq (c+\alpha)x$ *est effilé en* O *relativement à* D, *et forme avec* π *un continu, de sorte que le rapport* $H(M)/x$ *tend vers c lorsque* $M \to O$ *en restant dans un cône* C_k *fixe.*

La démonstration de ces deux théorèmes est fondée sur la représentation de H(M) par une intégrale de Poisson-Stieljes étendue à π.

---

[1] *Voir* H. Cartan, *Annales de l'Université de Grenoble*, 22, 1946, p. 251-252.

II. *Propriétés des potentiels de Green :*

Théorème 2*a*. — *Pour tout potentiel de Green de masse positive,* $U^\mu(M) \not\equiv \infty$, *quel que soit* $\alpha > 0$, *l'ensemble des points de* D *où l'on a* $U^\mu(M) > \alpha x$, *est effilé à l'infini relativement à* D.

Réciproquement, si E *est effilé à l'infini relativement à* D, *on peut déterminer une répartition de masse positive* μ *telle que* $U^\mu(M) \geq x$ *sur* E.

Théorème 2*b*. — *Si* $\lim_{M \to 0} U^\mu(M)/x = c < \infty$, *l'ensemble des points de* D, *où l'on a* $U^\mu(M)/x > c + \alpha$, *quel que soit* $\alpha > 0$, *est effilé en* O *relativement à* D, *et il existe un continu joignant* O *à l'infini sur lequel on a* $U^\mu(M) \leq cx$.

Réciproquement, si E *est effilé en* O *relativement à* D, *on peut déterminer une répartition de masse positive* μ *telle que* $\lim_{M \to 0} U^\mu(M)/x < \infty$, *et que* $U^\mu(M)/x \to \infty$ *lorsque* M *tend vers* O *sur* E.

La démonstration de ces deux théorèmes est fondée sur les inégalités élémentaires $2x\xi/MQ^p < g(M, P) < 2x\xi/MP^p$ vérifiées par la fonction de Green de D (x est l'abscisse de M, ξ celle de P, Q est le symétrique de P par rapport à π).

III. *Propriétés des fonctions surharmoniques positives.*

Théorème 3*a*. — *Si* $u(M)$ *est surharmonique positive dans* D, *et si l'on pose* $\lim_{M \to \infty} u(M)/x = c$, *c est nécessairement fini; l'ensemble des points de* D *où l'on a* $u(M) > (c + \alpha)x$, *est effilé à l'infini relativement à* D, *quel que soit* $\alpha > 0$.

Il en résulte que $u(M)/x$ *tend vers c lorsque* $M \to \infty$ *radialement, excepté au plus pour un ensemble* J *de rayons.*

Théorème 3*b*. — *Si* $u(M)$ *est surharmonique positive dans* D, *et si* $\lim_{M \to 0} u(M)/x = c < \infty$, *alors l'ensemble des points de* D *où l'on a :* $u(M) > (c + \alpha)x$, *est effilé à l'origine relativement à* D *quel que soit* $\alpha > 0$.

Il en résulte que $u(M)/x$ *tend vers c lorsque* $M \to O$ *radialement : excepté au plus pour un ensemble* J *de rayons. Pour* $p \geq 3$, $u(M)/x$ *a pour pseudo-limite c dans tout cône* $C_k(OM/x \leq k)$.

GÉOMÉTRIE. — *Sur une transformation des champs de vecteurs unitaires.*

Note de M. **Paul Vincensini.**

1. Soit, dans un espace cartésien rapporté à des coordonnées rectangulaires, un champ de vecteurs unitaires $[m, \vec{X}]$, $\vec{X}$ étant le vecteur appliqué au point m. Soumettons ce champ à une transformation $\mathfrak{T}\{[m, \vec{X}] \to [M, \vec{X}]\}$ conservant $\vec{X}$ et remplaçant m par $M = m + \vec{\xi}$, $\vec{\xi}$ étant, comme $\vec{X}$, fonction uniforme de m. A toute surface réglée (r) admettant pour directrice une courbe γ et pour génératrices les supports des vecteurs $\vec{X}$ issus des différents points de γ, $\mathfrak{T}$ associe

une surface réglée (R) de directrice Γ (homologue de γ) correspondant à (r) avec parallélisme des génératrices. De même, toute congruence rectiligne (δ) ayant pour directrice une surface quelconque (s), et dont les rayons sont les supports des vecteurs $\vec{X}$ issus de (s), $\mathfrak{T}$ associe une conguence (Δ) correspondant à (δ) avec parallélisme des rayons homologues (de même représentation sphérique que Δ).

2. Supposons (r) fermée, et soit $p_{(r)}$ l'invariant intégral (1) $\int_c \vec{X}.\vec{dm}$, où c est un contour fermé quelconque tracé sur (r) et l'entourant. Si x^i, X^i, ξ^i ($i = 1, 2, 3$) sont respectivement les coordonnées de m, les composantes du vecteur $\vec{X}$ associé et celles du vecteur $\vec{\xi}$ définissant la tranformation $\mathfrak{T}$, la condition pour que $\mathfrak{T}$ conserve l'invariant $p_{(r)}$ relatif à *toute surface réglée fermée* (r) du champ initial est donnée par le système des trois équations [correspondant aux trois combinaisons (h, k)].

$$(1) \qquad \sum_{i=1}^{i=3} [D(X^i, \xi^i) \,|\, D(x^h, x^k)] = 0.$$

(1) est susceptible d'une intégration géométrique que l'on peut présenter ainsi. Les courbes γ lieux de m pour lesquelles $\vec{X}$ a une direction fixe forment une congruence (γ). Donnons-nous une congruence rectiligne *normale* (δ) arbitraire et associons, à toute courbe γ, la droite (ou l'une des droites) (δ) parallèle au vecteur $\vec{X}$ constant le long de γ. Établissons une correspondance arbitraire (variant continûment avec γ) entre les points m de γ et les points μ de δ. La solution de (1) est fournie par le vecteur $\vec{\xi} = \vec{o\mu}$.

Pour tout pinceau de rayons d'une congruence rectiligne limité par une surface réglée fermée (r), le rapport $p_{(r)}/S$, S étant l'aire de la représentation sphérique du pinceau, tend vers une limite déterminée dp/ds (2) lorsque le pinceau tend vers un rayon de la congruence. Cette limite n'est autre que le *paramètre moyen* de la congruence relatif au rayon envisagé. La transformation $\mathfrak{T}$ définie par (1) transforme donc toute congruence du champ $[m, \vec{X}]$ initial en conservant les paramètres moyens sur les différents rayons. Réciproquement, la conservation des paramètres moyens entraîne celle des invariant intégraux $p_{(r)}$ des différentes surfaces réglées fermées de la congruence.

3. Le problème de la transformation d'une congruence rectiligne donnée quelconque (c), en congruences (C) de même représentation sphérique *avec conservation de l'invariant intégral $p_{(r)}$* sur toute surface réglée fermée de la congruence, est susceptible d'une interprétation intéressante. Soit $m(x, y)$ le

(1) É. Cartan, *Bull. Soc. Math. de France*, 24, 1896, p. 140-177.

(2) R. Behari, *Lucknow University studies*, 8, 1946, p. 68 et suiv.

point où le rayon (d) de (c) de cosinus directeurs $X(x, y)$, $Y(x, y)$, $Z(x, y)$ perce le plan xOy; désignons par M le point où le rayon (D) homologue de (d) dans l'une quelconque des transformées (C) de (c) perce le même plan. La transformation est définie par les composantes $\xi(x, y)$, $\eta(x, y)$ du vecteur $\overrightarrow{mM}$, et le système (1) où l'on pose $x^1 = x$, $x^2 = y$, $x^3 = 0$, $\xi^1 = \xi$, $\xi^2 = \eta$, $\xi^3 = 0$ donne, pour déterminer les fonctions ξ, η définissant une transformation du type indiqué, l'équation

$$[D(X, \xi) \mid D(x, y)] + [D(Y, \eta) \mid D(x, y)] = 0,$$

d'où l'on déduit

$$D(X, \xi) \mid D(\eta, Y) = 1.$$

Les points $A(X, \xi)$, $B(\eta, Y)$ du plan xOy *se correspondent dans une équivalence superficielle directe*, et le problème de géométrie réglée initial se trouve ramené à celui, bien connu, de la détermination des équivalences directes du plan. Si $X = X(\eta, Y)$, $\xi = \xi(\eta, Y)$ sont les formules définissant l'équivalence directe $[B(\eta, Y) \rightarrow A(X, \xi)]$ la plus générale du plan xOy, la donnée d'une congruence quelconque (c) [X, Y = fonctions connues de x, y] fait connaître ξ et η, c'est-à-dire la transformation de (c) la plus générale $[(x, y) \rightarrow (x + \xi, y + \eta)]$ conservant les invariants intégraux $p_{(r)}$ sur les surfaces réglées fermées.

En considérant une congruence normale quelconque comme transformée d'une gerbe de sommet $O[p_{(r)} = 0]$, on est par exemple conduit, comme on le constate aussitôt, à attacher à toute surface $z = f(x, y)$ la correspondance par aires constantes du plan xOy faisant correspondre au point $P\left[p/\sqrt{1 + p^2 + q^2}, x + pz\right]$ le point $Q\left[y + qz, q/\sqrt{1 + p^2 + q^2}\right]$. Les transformations des champs de vecteurs considérées dans cette Note ont lieu avec conservation des directions des vecteurs. En ce qui concerne les transformations les plus générales conservant les invariants intégraux des surfaces réglées fermées d'un champ, je me borne ici à indiquer la propriété suivante, relative aux congruences de droites paratactiques à un même cercle et conséquence immédiate de la définition de la parataxie. Si, à l'intérieur d'une congruence de droites paratactiques à un cercle C, on déforme d'une façon quelconque un pinceau quelconque *sans altérer l'aire de sa section par le plan de* C, l'invariant intégral $p_{(r)}$ du pinceau *est conservé au cours de la déformation.* Sa valeur est d'ailleurs, à un facteur constant près, l'aire de la trace du pinceau sur le plan de C.

MÉCANIQUE. — *Application du calcul symbolique à l'étude de la dynamique des fils.* Note (*) de M. **Henri Cabannes**, présentée par M. Joseph Pérès.

I. Un fil élastique AB, mobile dans un plan, est soumis à l'action d'un champ de forces défini par l'affixe $Z(x, y)$ de la force qui s'exerce sur la masse

(*) Séance du 22 mars 1948.

unité placée au point x, y, et à l'action de deux autres forces, finies, appliquées respectivement à l'origine et à l'extrémité du fil, d'affixes $Z_0(t)$ et $Z_1(t)$. On connaît dans l'état naturel (état pour lequel les tensions sont nulles), en un point M, dont l'abscisse curviligne est alors s_0 : le coefficient d'élasticité $\omega(s_0)$ et la densité linéaire $\rho(s_0)$. Nous prenons comme fonctions inconnues, d'une part l'affixe $z_0(t)$ de l'origine du fil, d'autre part l'angle $\theta(s_0, t)$ que fait avec l'axe des x la tangente du fil, et la dérivée partielle $\lambda(s_0, t)$ de l'abscisse curviligne actuelle par rapport à s_0. Supposant la tension proportionnelle à l'allongement relatif du fil : $T(s_0, t) = \omega(s_0)\{\lambda(s_0, t) - 1\}$, le mouvement est déterminé par l'équation suivante :

$$(1)\quad \frac{\partial}{\partial t}\int_{s_0}^{L}\left\{\frac{\partial}{\partial t}\left[z_0(t) + \int_0^u \lambda(\sigma, t)\, e^{i\theta(\sigma,t)}\, d\sigma\right]\right\}\rho(u)\, du$$
$$= -\omega(s_0)\{\lambda(s_0, t) - 1\}\, e^{i\theta(s_0,t)} + \int_{s_0}^{L} Z\{x(u, t), y(u, t)\}\rho(u)\, du + Z_1(t).$$

Cette équation représente le théorème du mouvement du centre de gravité, appliqué à la portion MB du fil; elle peut être aussi obtenue, en utilisant la méthode de Lagrange. Il convient d'y joindre l'équation, où figure $z_0(t)$ obtenue, en considérant la totalité du fil.

L'élimination de $z_0(t)$ permet alors de déterminer, à chaque instant, l'équation intrinsèque de la courbe représentée par le fil. Dans le cas où $Z(x, y) = A + B(x + iy)$, on obtient l'équation suivante (qui donne deux équations réelles)

$$(2)\quad \left[\frac{\partial}{\partial t}\int_{s_0}^{L}\left\{\frac{\partial}{\partial t}\int_0^u \lambda(\sigma, t)\, e^{i\theta(\sigma,t)}\, d\sigma\right\}\rho(u)\, du - B\int_{s_0}^{L}\left\{\int_0^u \lambda(\sigma, t)\, e^{i\theta(\sigma,t)}\, d\sigma\right\}\rho(u)\, du\right]\int_0^L \rho(u)\, du$$
$$-\left[\frac{\partial}{\partial t}\int_0^{L}\left\{\frac{\partial}{\partial t}\int_0^u \lambda(\sigma, t)\, e^{i\theta(\sigma,t)}\, d\sigma\right\}\rho(u)\, du - B\int_0^{L}\left\{\int_0^u \lambda(\sigma, t)\, e^{i\theta(\sigma,t)}\, d\sigma\right\}\rho(u)\, du\right]\int_{s_0}^L \rho(u)\, du$$
$$= [-\omega(s_0)\{\lambda s_0, (t) - 1\}\, e^{i\theta(s_0,t)} + Z_1(t)]\int_0^L \rho(u)\, du - \{Z_0(t) + Z_1(t)\}\int_{s_0}^L \rho(u)\, du.$$

Par conséquent, lorsque le champ $Z(x, y)$ est un champ constant, l'orientation du fil $\theta(s_0, t)$ et la densité $\rho(s_0) : \lambda(s_0, t)$ ne dépendent pas du champ envisagé; lorsque le champ est un champ de forces centrales proportionnelles à la distance, ces deux fonctions sont indépendantes de la position du centre des forces. Ces résultats généralisent la propriété analogue indiquée par Appell à propos du fil pesant inextensible.

II. Le champ étant constant, et le fil homogène dans son état naturel, il

existe deux cas simples, dans lesquels on peut, à l'aide du calcul symbolique de Laplace, expliciter la solution générale des équations intégro-différentielles du mouvement : le cas du mouvement rectiligne parallèle au champ, et celui d'un fil suffisamment tendu pour que l'on puisse au second membre de (1) ou (2) remplacer $\lambda - 1$ par λ (ce qui donne la seule inconnue complexe $\lambda(s_0, t)e^{i\theta(s_0,t)}$).

$I_0(p)$ et $I_1(p)$ étant les images des fonctions connues $Z_0(t)$ et $Z_1(t)$, les images $\varphi(s_0, p)$ et $\xi(p)$ des fonctions inconnues $\lambda(s_0, t)$ et $z_0(t)$ satisfont les deux équations intégrales

$$(3)\qquad \frac{\rho}{\omega}\int_0^L H_1(s_0,\sigma)\left\{p^2\varphi(\sigma,p)-p^2\lambda(\sigma,0)-p\frac{\partial\lambda(\sigma,0)}{\partial t}\right\}d\sigma = -\{\varphi(s_0,p)-1\}+\frac{I_1(p)}{\omega}-\frac{L-s_0}{L}\,\frac{I_0(p)+I_1(p)}{\omega},$$

$$(4)\qquad p^2\xi(p)-p^2z_0(0)-pz'_0(0)+\int_0^L(L-\sigma)\left\{p^2\varphi(\sigma,p)-p^2\lambda(\sigma,0)-p\frac{\partial\lambda(\sigma,0)}{\partial t}\right\}d\sigma = ZL+\frac{I_0(p)+I_1(p)}{\rho},$$

v désignant la plus grande, et u la plus petite des variables s_0 et σ, le noyau $H_1(s_0, \sigma)$ désigne la fonction $u(L-v) : L$; le noyau réciproque est la fonction $J_1(s_0, \sigma) = \operatorname{sh}\alpha p u \operatorname{sh}\alpha p(L-v) : \alpha p \operatorname{sh}\alpha p L$ $(\alpha^2 = \rho : \omega)$. On en déduit

$$(5)\qquad \varphi(s_0,p)=\frac{\operatorname{sh}\alpha p(L-s_0)}{\operatorname{sh}\alpha pL}\left\{1-\frac{I_0(p)}{\omega}\right\}+\frac{\operatorname{sh}\alpha ps_0}{\operatorname{sh}\alpha pL}\left\{1+\frac{I_1(p)}{\omega}\right\} +\alpha^2p^2\int_0^L J_1(s_0,\sigma)\left\{\lambda(\sigma,0)+\frac{1}{p}\frac{\partial\lambda(\sigma,0)}{\partial t}\right\}d\sigma.$$

L'équation (4) détermine ensuite $\xi(p)$ et l'abscisse d'un point du fil est déterminée par son image

$$\xi(s_0,p)=\xi(p)+\int_0^{s_0}\varphi(\sigma,p)\,d\sigma.$$

Ainsi l'emploi des équations intégro-différentielles et du calcul symbolique permet de faire apparaître dans la solution générale des équations du mouvement, d'une part les conditions aux limites imposées aux extrémités du fil, d'autre part les conditions initiales imposées à l'instant origine. Ces conditions interviennent séparément et de façon additive.

Par exemple, l'origine du fil étant fixe, et le fil initialement au repos sous l'action du champ, si l'on anime son extrémité d'un mouvement connu

$$x(L,t)=x(L,0)+f_1(t),$$

la fonction $f_1(t)$ étant une fonction continue, nulle pour $t \leq 0$, ayant pour image $\xi_1(p)$, on aura

$$\xi(s_0,p)=x(s_0,0)+\frac{\operatorname{sh}\alpha ps_0}{\operatorname{sh}\alpha pL}\xi_1(p).$$

Ce qui signifie que le mouvement imposé à l'extrémité se propage dans le fil avec la vitesse constante $\sqrt{\frac{\varpi}{\rho}}$.

Le cas du fil très tendu se traite de même, aux notations près; $\varphi(s_0, p)$ est l'image (complexe) de $e^{i\theta}$ et dans l'équation (3) le second membre est modifié d'une unité.

MÉCANIQUE PHYSIQUE. — *Anisotropie élastique d'une feuille mince d'invar laminée à froid.* Note (*) de M. **Pierre-Jean Bouchet**, présentée par M. Pierre Chevenard.

Dans la fabrication des feuillards en ferronickels magnétiques, on s'efforce de créer une texture orientée de manière à améliorer les caractéristiques du métal dans le sens du laminage. Les traitements thermiques et mécaniques qui conduisent à cette anisotropie doivent être très précis, et il importe d'en vérifier souvent l'efficacité. L'essai à la traction de bandes minces découpées dans une feuille, et diversement orientées par rapport au sens du laminage, fournit un contrôle simple et sensible. C'est pourquoi, au laboratoire d'Imphy, les essais par diffraction des rayons X sont doublés par des essais à la micromachine Chevenard qui, au moyen d'un trépied optique mobile autour d'un point fixe, enregistre sur papier sensible le diagramme *force-allongement.*

Au lieu des caractéristiques usuelles: limite d'élasticité conventionnelle, ténacité et allongement de rupture, il m'a paru préférable de mesurer le module de Young. Ce paramètre, en effet, proportionnel à la pente initiale du diagramme, fournit une expression beaucoup plus exacte des propriétés mécaniques vraies de la feuille, considérée dans son état initial.

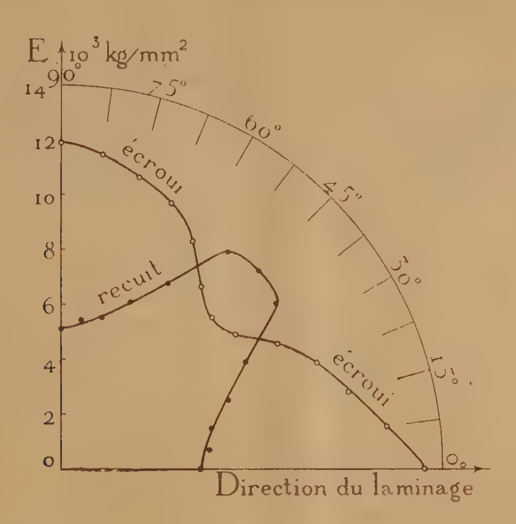
La présente Note expose les résultats obtenus sur une feuille d'invar, ferronickel à 35,5 % Ni. Il m'a semblé intéressant de les faire connaître car, si la littérature technique décrit les résultats de semblables expériences sur des feuilles de cuivre, d'aluminium, de fer, etc. ([1]), elle m'a paru muette quant à l'invar et même aux autres alliages austénitiques.

Comme la micromachine enregistre, non pas l'allongement vrai de la bande-éprouvette, mais le mouvement relatif des deux mordaches, somme de cet allongement et plusieurs déformations parasites, les mesures sont entachées d'une erreur systématique. Mais on peut en apprécier l'importance en étudiant des bandes de longueurs inégales, de manière à éliminer par différence l'incertitude relative aux extrémités. Cette erreur a été trouvée moindre que la dispersion due aux hétérogénéités de la feuille ($\pm 3\%$), en tout cas, extrêmement inférieure aux effets de l'anisotropie.

(*) Séance du 5 avril 1948.

([1]) *Voir* par ex. Barrett, *Structure of Metals*, New-York, 1943, p. 455,

La feuille d'invar étudiée a été laminée à chaud jusqu'à l'épaisseur de $3^{mm},5$, puis à froid jusqu'à $0^{mm},07$. Les bandes mesuraient 4^{mm} de largeur et 25^{mm} de longueur utile. Les résultats sont groupés sur le diagramme polaire ci-joint.



A l'état écroui, l'analyse aux rayons X montre une superposition de deux orientations : plan (110) et direction [$\bar{1}$12] parallèles au laminage; plan (112) et direction [11$\bar{1}$] parallèles au laminage. Le module de Young, d'environ 13500 kg/mm² suivant la direction du laminage, diminue d'abord quand l'angle α augmente, s'abaisse à 7800 kg/mm² pour $\alpha = 45°$, puis se met à croître et atteint 12000 kg/mm² pour $\alpha = 90°$. Les courbes polaires de l'état écroui n'ont pas d'axe de symétrie.

Par recuit à 1100°, pendant deux heures sous le vide, la recristallisation aboutit à une texture cubique parfaite: le plan (100) et la direction [100] sont parallèles au laminage. Suivant les deux directions [100], le module est minimum : 5100 kg/mm². Il passe par un maximum pour la direction [110] : 10200 kg/mm². La symétrie de la courbe par rapport à cette dernière direction prouve que l'effet de travers, au sens où l'entendent les métallurgistes, n'intervient pas et que seule compte la texture cristalline. On est frappé par la petitesse du module suivant les directions contenues dans une face du cube : les chiffres portés sur le diagramme polaire sont de beaucoup inférieurs aux 14500 kg/mm² qu'eût donnés un barreau polycristallin pseudo-isotrope.

Au point de vue pratique, cette étude montre que la mesure du module de Young, par exemple dans le sens du laminage, fournit un procédé simple et sensible pour caractériser l'avancement de la recristallisation.

MÉCANIQUE PHYSIQUE. — *Influence d'un écrouissage homogène sur le frottement intérieur d'une solution solide.* Note (*) de M. **Christian Boulanger**, présentée par M. Pierre Chevenard.

Pour essayer d'éclairer les relations entre le frottement intérieur d'un métal et ses autres propriétés mécaniques, il paraît avantageux d'en confronter les modifications conférées par l'écrouissage. Il est connu depuis longtemps que le tréfilage ou tout autre travail à froid entraîne un gain notable, partie temporaire, partie permanent, du frottement intérieur. Mais ces interventions déforment le métal à la fois par allongement et par compression latérale. Afin de rendre les conditions expérimentales aussi bien définies que possible, j'ai entrepris d'étudier les effets d'une traction pure et fait porter les essais sur des solutions solides paramagnétiques (afin d'éviter les complications du ferromagnétisme), pauvres en inclusions et pourvues à l'état recuit d'un très faible frottement intérieur, critère comme on sait de la perfection métallurgique (1).

Les expériences relatées dans la présente Note concernent un *nickel-chrome* du type 80/20, dont le frottement intérieur à l'état recuit est représenté par un décrément δ d'environ 0,0001. Elles ont été effectuées au moyen de la micromachine de traction et du micropendule de Coulomb en usage au laboratoire de la société de Commentry-Fourchambault et Decazeville à Imphy (2). Les résultats en sont groupés sur les courbes de la figure ci-contre, construites en fonction de l'allongement permanent imposé aux microéprouvettes.

A côté de la courbe de traction *tension-allongement*, on voit le gain instantané du décrément $\Delta\delta_i$ mesuré 1 minute seulement après étirage et ramené à une amplitude nulle, le gain résiduel $\Delta\delta_r$ qui subsiste après vieillissement de 100 heures à 20° complété par un étuvage de 400 heures à 100°, et le gain temporaire $\Delta\delta_t$, différence des deux précédents. En outre, la rapidité du vieillissement à 20° est caractérisée par la courbe $\Delta\delta/\Delta t$, vitesse moyenne durant la deuxième demi-heure consécutive à l'étirage. Ces effets sont nuls pour des tensions inférieures à la limite élastique usuelle. On note le parallélisme de la courbe $\Delta\delta/\Delta t$ représentant la vitesse et de la courbe de traction; on note aussi le maximum de la courbe $\Delta\delta_r$, résultat déjà observé sur le laiton par Zener, Clarke et Smith (3).

Ainsi, tandis que la restauration, à température ordinaire, d'un métal écroui n'en modifie pas sensiblement la dureté, elle entraîne une forte baisse du décrément. Si, selon les vues modernes sur la déformation plastique, on admet

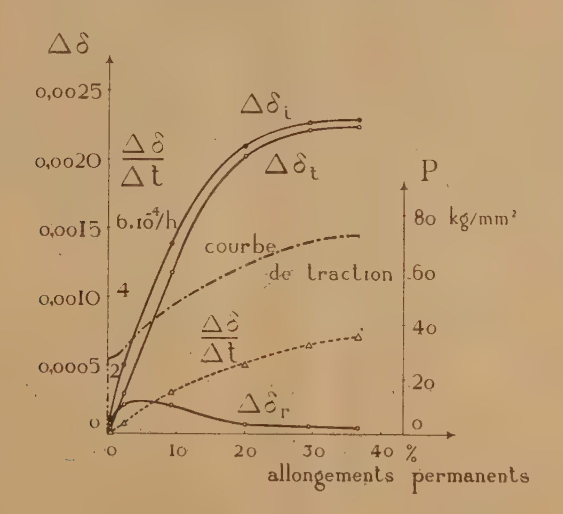
(*) Séance du 5 avril 1948.

(1) *Rev. Métall.*, **40**, 1943, 289.

(2) *Bull. Soc. Enc. Ind. Nat.*, **134**, 1935, p. 59; *Comptes rendus*, **225**, 1947, p. 264.

(3) *Metals technology*, **8**, 1941, p. 7.

que l'écrouissage produit des *dislocations* dans l'architecture du réseau, mes expériences semblent confirmer qu'une petite partie seulement de ces dislocations interviennent pour accroître le frottement intérieur. Ces dislocations instables cheminent dès la température ordinaire, par une sorte de diffusion, pour aboutir à un nouvel arrangement plus stable du réseau qui, déformé sous



faible amplitude, ne donne presque plus lieu à perte d'énergie. L'allure de la courbe $\Delta\delta/\Delta t$ montre que, plus l'écrouissage est intense c'est-à-dire plus les dislocations sont nombreuses, moindre est le temps nécessaire pour aboutir au nouvel arrangement. Enfin la courbe $\Delta\delta_r$ du décrément résiduel à température ordinaire prouve une fois de plus que les dislocations, au fur et à mesure qu'elles deviennent plus nombreuses, sont de moins en moins libres et absorbent une énergie de plus en plus faible lors d'une déformation. D'après ces résultats, il me semble *qu'il ne saurait exister de lien entre le frottement intérieur et la limite élastique ou la dureté.*

En outre, il me paraît intéressant de rapprocher la courbe $\Delta\delta_r$ de la courbe obtenue par MM. Waché et Chevenard dans leurs recherches sur les changements des cycles *couple-torsion* enregistrés au cours des essais de fatigue par torsion alternée ([4]). S'il se produit une *accommodation*, comme c'est le cas des aciers au carbone recuits, dont la limite de fatigue est supérieure à la limite élastique, la courbe du frottement intérieur en fonction du nombre d'alternances s'élève, atteint un maximum, redescend, puis tend vers une parallèle à l'axe des abscisses c'est-à-dire affecte l'allure de la courbe $\Delta\delta_r$.

([4]) *Comptes rendus*, **216**, 1943, p. 264.

AÉRODYNAMIQUE. — *Sur une méthode approchée de calcul des répartitions de charges sur des surfaces portantes à bord d'attaque supersonique.* Note (*) de M. **Jean Fabri**, présentée par M. Joseph Pérès.

1. Dans cette Note nous nous proposons d'étudier par une méthode approchée les écoulements supersoniques à trois dimensions autour de surfaces portantes d'envergure limitée, en utilisant les caractéristiques classiques des écoulements supersoniques plans. Dans le cas de ces derniers la pression locale ne dépend que de l'incidence locale ($C_p^+ = 2\delta^+/\beta$ et $C_p^- = -2\delta^-/\beta$ avec $\beta = \sqrt{M^2-1}$, δ et M étant mesurés dans le plan dans lequel l'écoulement peut être considéré comme à deux dimensions) ([1]).

Nous admettons que chaque point où il y a variation de pente du profil induit à l'intérieur de son cône de Mach (ou de son cônoïde caractéristique, si l'écoulement n'est pas uniforme) une pression égale à celle qui aurait lieu sur une plaque plane infinie tangente à la portion aval de l'aile au point considéré. La pression en un point quelconque résulte alors de la superposition et peut être calculée comme moyenne des pressions induites par les points situés à l'intérieur de son avant-cône de Mach. Nous nous limitons pour l'instant au cas des ailes à bord d'attaque supersonique et plus particulièrement normal au vent. Le coefficient de pression sera donné par la formule

$$C_p(x) \sim \int_{-\infty}^{x} \left[\frac{2}{\xi_1 - \xi_2} \int_{\xi_2}^{\xi_1} \frac{1}{\beta} \frac{\partial \delta}{\partial x} d\xi \right] dx,$$

$\xi_1 - \xi_2$ étant la portion d'une parallèle au bord d'attaque de l'aile comprise à l'intérieur de l'avant-cône de Mach du point considéré.

La limitation de l'envergure impose une chute de portance en bout d'aile et une limitation des perturbations à l'intérieur des cônes de Mach marginaux, ce qui nous conduit à prolonger l'aile par une surface géométrique fictive, symétrique du squelette de l'aile par rapport à l'axe du cône de Mach marginal.

2. *Exemples d'application. Traînée d'onde d'une aile rectangulaire à profil en losange.* — Le schéma correspondant est représenté sur la figure 1 pour un allongement $\lambda \geq (2/\beta)$ (par raison de symétrie il suffit de considérer l'extrados). En introduisant $y^\star = (\beta y_1/l)$, $x = (x_1/l)$ (l corde du profil), nous aurons par exemple pour $0 < y^\star < 1$, $1/2 + y^\star < x < 1$: contribution du bord d'attaque

$$\frac{1}{2x} \frac{2\alpha}{\beta}(x + y^\star) = \frac{\alpha}{\beta}\left(1 + \frac{y^\star}{x}\right),$$

(*) Séance du 22 mars 1948.

([1]) Les notations sont celles de M. P. Germain (*Les approximations linéaires dans l'étude des fluides compressibles*, 3e Congrès National de l'Aviation Française).

contribution de l'arête médiane

$$\frac{1}{2\left(x-\frac{1}{2}\right)}\left(-\frac{4\alpha}{\beta}\right)\left(y^\star+x-\frac{1}{2}\right)=-\frac{2\alpha}{\beta}\left(1+\frac{2y^\star}{2x-1}\right),$$

d'où le coefficient de pression locale

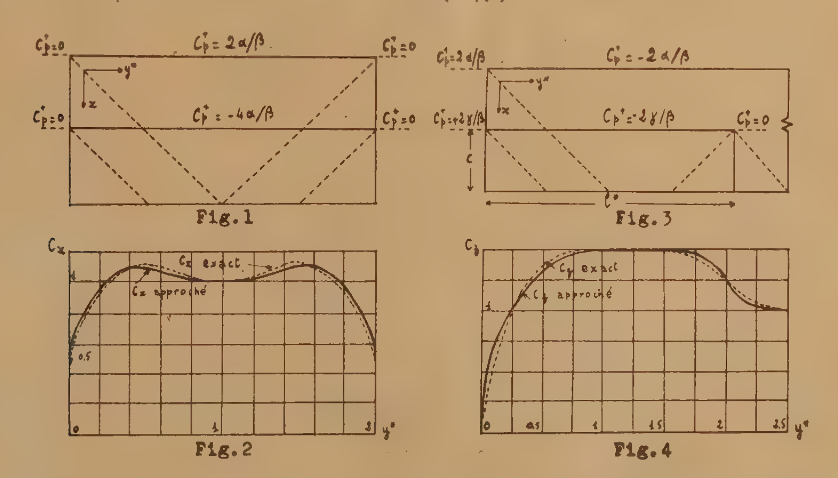
$$C_p=-\frac{\alpha}{\beta}\left(1-\frac{y^\star}{x}+\frac{2y^\star}{2x-1}\right).$$

En étudiant ainsi les différentes portions de l'aile nous aurons les coefficients de traînée locale

$$0<y^\star<\frac{1}{2},\qquad C_x=\frac{2\alpha^2}{\beta}[1+3y^\star(1-\log y^\star)-4y^\star\log 2],$$

$$\frac{1}{2}<y^\star<1,\qquad C_x=\frac{2\alpha^2}{\beta}[3-y^\star+y^\star\log y^\star].$$

La figure 2 montre la comparaison avec le C_x local obtenu par von Kármán par la théorie linéaire exacte ([2]). L'intégration qui conduit au C_x global donne dans les deux cas la même valeur $C_x=4(\alpha^2/\beta)$.



Portance d'une plaque plane munie d'ailerons. — Le schéma employé est représenté sur la figure 3 (il suffit encore de considérer l'extrados par raison de symétrie). On obtient ainsi les portances locales dans les différents domaines ([3]). Nous avons porté sur la figure 4 les variations de C_z en fonction de $y^\star$ pour le

---

([2]) *Supersonic Aerodynamics principles and applications* (*Journal of aero. sci.*, juillet 1947, *fig.* 7).

([3]) Les notations sont celles de M. P. Germain (*Comptes rendus*, 226, 1948, p. 311) auquel nous devons également le résultat numérique exact représenté en traits interrompus sur la figure 4.

cas où $\alpha = i$, $c = 1/2$ et $l^* = 2$. Ici encore l'intégration conduit aux mêmes valeurs globales des caractéristiques aérodynamiques que la théorie rigoureuse.

3. *Remarque.* — Ce schéma nous a été suggéré par la considération des modifications à introduire pour l'étude des vitesses induites dans un écoulement supersonique non uniforme autour d'une surface portante, comme il s'en présente dans les machines axiales à très grande vitesse de rotation.

MÉCANIQUE ONDULATOIRE. — *Correspondance Mécanique classique-Mécanique ondulatoire. Intégrale du deuxième ordre indépendante du temps : conditions d'existence.* Note de M. **Robert Faure.**

Dans une Note antérieure ([1]) nous avons vu que l'étude simultanée de l'équation de commutation de la Mécanique ondulatoire et du crochet de Poisson conduisait à faire correspondre à l'intégrale classique

$$F = \sum_i P_i p_i^2 + R,$$

l'opérateur F

$$F \equiv -\frac{h^2}{4\pi^2}\left[\sum_i P_i \frac{\partial^2}{\partial q_i^2} + \left(\frac{\partial P_i}{\partial q_i} + P_i \frac{\partial}{\partial q_i} \operatorname{Log}\sqrt{g}\right)\frac{\partial}{\partial q_i} + R_1\right] + R,$$

lorsque l'Hamiltonien quantique est de la forme

$$-\frac{h^2}{8\pi^2}\left(\sum_i A_i \frac{\partial^2}{\partial q_i^2} + A_i \frac{\partial}{\partial q_i} \operatorname{Log} A_i \sqrt{g} \frac{\partial}{\partial q_i}\right) + u.$$

L'équation de commutation nous fournit également, compte tenu des équations (I) et (II) de la Note précédente, les équations suivantes relatives à R_1 :

$$(E_1)\qquad \begin{aligned} &\sum_i P_i \frac{\partial^2}{\partial q_i^2}\left(A_k \frac{\partial}{\partial q_k} \operatorname{Log} A_k \sqrt{g}\right) + Q_i \frac{\partial}{\partial q_i}\left(A_k \frac{\partial}{\partial q_k} \operatorname{Log} A_k \sqrt{g}\right), \\ &-\sum_i A_i \frac{\partial^2 Q_k}{\partial q_i^2} + A_i \frac{\partial}{\partial q_i} \operatorname{Log} A_i \sqrt{g} \frac{\partial Q_k}{\partial q_i}, \qquad -2 A_k \frac{\partial R_1}{\partial q_k} = 0 \end{aligned}$$

au nombre de n et l'équation unique exprimant l'harmonicité de R_1 dans l'espace de configuration

$$(E_2)\qquad \sum_r A_r \frac{\partial^2 R_1}{\partial q_r^2} + A_r \frac{\partial}{\partial q_r} \operatorname{Log} A_r \sqrt{g} \frac{\partial R_1}{\partial q_r} = 0.$$

Le premier groupe d'équations conduit à imposer les c_n^2 conditions de compatibilité (C) $(\partial^2 R_1/\partial q_i \partial q_k) = (\partial^2 R_1/\partial q_k \partial q_i)$.

([1]) *Comptes rendus*, **225**, 1947, p. 1279-1280.

Pour exprimer celles-ci, on peut introduire les $2C_n^2$ fonctions

$$\lambda_{ik} = P_i A_k - A_i P_k, \quad \lambda_{ik} + \lambda_{ki} = 0, \quad \lambda_{ii} = P_i A_i - A_i P_i = 0.$$

Nous dirons que deux λ_{ik} sont distincts lorsque les combinaisons i, k sont différentes.

Les équations (1) de la Note précédente permettent d'écrire

$$\frac{\partial \lambda_{ik}}{\partial qr} = \frac{\frac{\partial A_i}{\partial qr}}{Ar}\lambda_{rk} + \frac{\frac{\partial A_k}{\partial qr}}{Ar}\lambda_i r, \qquad \frac{\partial R_1}{\partial q_k} = \Sigma\, a_{ik}\lambda_{ik},$$

a_{ik} s'exprimant uniquement à partir des A_i et de g lui-même, fonctions des A_i.

Les relations (C) deviennent alors

$$\sum_r \left(\frac{\partial a_{rk}}{\partial q} - \frac{\frac{\partial A_i}{\partial q_k}}{A_k} ar_i\right)\lambda_{rk} + \left(a_{rk}\frac{\frac{\partial A_k}{\partial q_i}}{A_i} - \frac{\partial a_{ri}}{\partial q_k}\right)\lambda_{ri} + \left(a_{rk}\frac{\frac{\partial Ar}{\partial q_i}}{A_i} + ar_i \frac{\frac{\partial Ar}{\partial q_k}}{A_k}\right)\lambda_{ik} = 0,$$

elles fournissent, jointes aux relations $\lambda_{ik} + \lambda_{ki} = 0$, un système S de $2C_n^2$ d'équations linéaires et homogènes en λ_{ik} ; on montre à partir des équations (1) que les opérateurs F et H ne sont distincts que si les λ_{ik} ne sont pas tous nuls. Par suite, le déterminant D_1 de S doit être nul. Les λ_{ik} sont alors proportionnels aux mineurs d'une même ligne.

Il suffit de vérifier la proportionnalité pour les λ_{ik} distincts.

L'harmonicité de R_1 peut s'exprimer également par une équation linéaire et homogène E_2 par rapport aux λ_{ik}.

On écrit la compatibilité de cette équation avec les équations en annulant le déterminant D_2 construit à partir de $c_n^2 - 1$ lignes de D_1 et de E_2.

On voit donc que l'existence simultanée des intégrales premières du deuxième ordre en mécanique classique et en mécanique ondulatoire conduit à imposer des conditions *a priori* non satisfaites à partir des crochets de Poisson.

Nous pouvons donc énoncer le théorème suivant :

Théorème. — *Pour qu'une intégrale première quadratique de la mécanique classique* $F = \Sigma P_i p_i^2 + R$ *dans un système où l'Hamiltonien est* $H = \Sigma_i (1/2) A_i p_i^2 + u$ *donne lieu à une intégrale première quantique, il faut et il suffit que les déterminants* D_1 *et* D_2 *soient nuls et les* λ_{ik} *distincts soient proportionnels aux mineurs correspondants d'une même ligne de* D_1.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Les fonctions caractéristiques dans la Théorie quantique des Champs*. Note (*) de M. **Bernard d'Espagnat.**

Dans une Note précédente [1] nous avons montré comment l'emploi de la fonction caractéristique quantique permet d'étudier de façon rigoureuse

(*) Séance du 31 mars 1948.

[1] *Comptes rendus*, 226, 1948, p. 316.

l'évolution des lois de probabilité des grandeurs x et p_x relatives à l'oscillateur harmonique. L'idée directrice consistait, là, en ceci que, l'Hamiltonien de l'oscillateur étant du second degré en x et p_x, présente de ce fait une certaine *symétrie* par rapport à ces opérateurs : il est alors indiqué de calculer, comme nous l'avons fait, la valeur probable d'un opérateur *symétrique* en x et p_x, soit $e^{2\pi i(up_x+vx)}$.

Or tous les Hamiltoniens qu'introduit la Théorie quantique des Champs sont eux aussi du second degré par rapport aux opérateurs qui représentent les grandeurs de champ : nous devons donc nous attendre à ce que, dans cette Théorie, une méthode analogue conduise, au moins dans certains cas à des résultats analogues. Pour étayer cette hypothèse nous allons étendre la méthode à l'étude d'un système quantique à un nombre arbitraire de degrés de liberté et assujetti à la seule condition que son Hamiltonien soit du second degré par rapport aux opérateurs conjugués q_k, p_k qui interviennent dans sa définition.

Pour calculer les fonctions caractéristiques $\Phi_{p_k}(u)=(\Psi_t, e^{2\pi iup_k}\Psi_t)$, $\Psi_{q_k}(v)=(\Psi_t, e^{2\pi ivq_k}\Psi_t)$ des lois de probabilité à l'instant t de p_k, q_k, nous utiliserons comme nous l'avons déjà fait la fonction plus générale

$$\Phi_t(u_1\ldots u_k\ldots v_1\ldots v_k\ldots)=(\Psi_t, e^{2\pi i\Sigma_k(u_kp_k+v_kq_k)}\Psi_t),$$

d'où les précédentes se déduisent en faisant tous les u, v nuls, sauf respectivement u_k ou v_k.

I. La valeur probable de la grandeur $\mathcal{T}$ correspondant à un opérateur hermitique quelconque T étant

$$\overline{T}=(\Psi_t, T\Psi_t)=(\Psi_0, U_t^* T U_t \Psi_0),$$

on voit aisément que pour toute fonction analytique $f(T)$

$$(\Psi_t, f(T)\Psi_t)=(\Psi_0, f(U_t^* T U_t)\Psi_0),$$

en posant $T=2\pi i\Sigma(u_kp_k+v_kq_k)$, on a donc

$$\Phi_t(u_1\ldots u_k\ldots v_1\ldots v_k\ldots)=(\Psi_0, e^{U_t^* T U_t}\Psi_0),$$

dans le cas où $T'=U_t^* T U_t$ est linéaire en p_k, q_k : $T'=2\pi i[\Sigma_k(u'_k p_k+v'_k q_k)+w']$; ceci donne

$$(1)\qquad \Phi_t(u_1\ldots u_k\ldots v_1\ldots v_k)=e^{2\pi iw'}\,\Phi_0(u'_1\ldots u'_k\ldots v'_1\ldots v'_k\ldots).$$

II. On sait que les opérateurs dépendant explicitement du temps

$$p_i(t)=U_t^* p_i U_t,\qquad q_i(t)=U_t^* q_i U_t$$

satisfont aux équations canoniques. On voit alors aisément : 1° que dans le cas où H est du second degré, les valeurs moyennes $\overline{p_i}(t)=(\Psi_t, p_i\Psi_t)$, $\overline{q_i}(t)=(\Psi_t, q_i\Psi_t)$ satisfont aux équations canoniques si l'on prend pour fonction hamiltonienne classique la fonction $\mathcal{H}(\overline{p}, \overline{q}, t)$ obtenue en remplaçant

dans l'expression $H(p, q, t)$ p et q par $\overline{p}$ et $\overline{q}$; 2° que $q_i(t)$, $p_i(t)$ sont des fonctions linéaires des $q_k \ldots p_k \ldots$ et que $\overline{q}_i(t)$, $\overline{p}_i(t)$ sont les mêmes fonctions mais de $\overline{q}_k(0) \ldots \overline{p}_k(0) \ldots$ Le calcul de $q_i(t)$, $p_i(t)$ en fonction des $q_k \ldots p_k \ldots$ est donc ramené au calcul classique de $\overline{q}_i(t)$, $\overline{p}_i(t)$ connaissant la fonction hamiltonienne $\mathcal{H}(\overline{p}, \overline{q}, t)$ et les valeurs initiales $\overline{q}_k(0) \ldots \overline{p}_k(0) \ldots$

Comme de plus la formule (1) s'applique, on voit que le calcul des fonctions caractéristiques quantiques est en définitive ramené, pour le système étudié, *à un simple problème de Mécanique classique*.

Les problèmes de Théorie quantique des Champs où les considérations précédentes donnent des résultats rigoureux sont en particulier ceux où l'Hamiltonien ne dépend que, outre les variables de champ, de variables classiques, par exemple l'interaction de Yukawa par mésons neutres entre nucléons supposés fixes.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Origine microélectronique de certaines anomalies de l'effet Hall.* Note de M. **Antonio Gião**.

Nous nous proposons de montrer que les anomalies de l'effet Hall dans les métaux qui se comportent comme le bismuth doivent être attribuées à l'intervention de *microélectrons du second ordre* dans la conductibilité [1]. Supposons que $\Theta/T \ll 1$, T étant la température absolue et Θ la température caractéristique de Debye pour le métal considéré. Il est alors possible de définir un libre parcours moyen pour les particules électrisées se déplaçant dans le réseau ionique et la vitesse moyenne de translation $\overline{V}_1$ des électrons négatifs (e^-) et $\overline{V}_p$ des particules positives (e_p) qui contribuent effectivement à la conduction sera donnée, conformément à la statistique de Fermi, par les formules

$$(1) \qquad \overline{V}_1 = \frac{eE_x}{h}\left(\frac{\pi}{3\nu_1}\right)^{\frac{1}{3}} l_1, \qquad \overline{V}_p = -\frac{e_pE_x}{h}\left(\frac{\pi}{3\nu_p}\right)^{\frac{1}{3}} l_p,$$

E_x étant le champ électrique (agissant suivant l'axe des x), e, l_1, ν_1 la charge électrique, le libre parcours et la densité des électrons dans le métal et e_p, l_p, ν_p les mêmes quantités pour les particules positives.

---

(1) Les microélectrons sont des particules élémentaires dont la charge, la masse propre, etc., sont plus petites que les propriétés correspondantes de l'électron normal. Leur existence est prévue par notre théorie unitaire (*Port. Phys.*, **2**, 1, 1946, p. 1-98; *Port. Math.*, **5**, 3, 1946, p. 145-192; *ibid.*, **6**, 2, 1947, p. 67-114), et ils doivent se manifester aussi dans la radioactivité β (*Comptes rendus*, **224**, 1947, p. 454). La masse propre $(m_0)_n$ et la charge e_n de ces particules sont données en fonction de la masse propre $(m_0)_e$ et de la charge e de l'électron par les formules : $(m_0)_n = (m_0)_e/n^5$ et $e_n = e/n^5$ ($n = 1, 2, \ldots, \infty$). Pour les microélectrons du second ordre ($n = 2$) on a donc $e_2 = e/32$ et $(m_0)_2 = (m_0)_e/32$.

Le coefficient de Hall R pour un champ magnétique H agissant suivant l'axe des z est défini par $R = E_y / HJ_x$, J_x étant l'intensité du courant électrique. Désignons par ρ_1 et ρ_p respectivement les densités des e^- et des e_p qui participent effectivement à la conduction. On obtient l'expression

(2) $$R = -\frac{\rho_1 \overline{V}_1 + \rho_p \overline{V}_p}{c(\rho_1 + \rho_p)(\rho_1 e \overline{V}_1 - \rho_p e_p \overline{V}_p)},$$

en égalant E_y à la valeur moyenne de la force de Laplace-Lorentz qui agit sur les particules électrisées se déplaçant dans le champ H. Remarquons que (2) se réduit à la valeur normale $R = -1/\rho_1 ec$ si $\rho_p = 0$.

Considérons le cas du bismuth à la température T_0 qui annule le coefficient de Hall. On a alors la condition $\rho_1 \overline{V}_1 + \rho_p \overline{V}_p = 0$, qui peut s'écrire comme suit, en tenant compte de (1)

(3) $$\frac{e}{e_p} = \left(\frac{\nu_1}{\nu_p}\right)^{\frac{1}{3}} \frac{\rho_p l_p}{\rho_1 l_1}.$$

Cette relation simple montre que les anomalies de l'effet Hall ne peuvent pas être attribuées, dans ce cas, à des électrons positifs, car on aurait $e = e_p$ et $l_1 = l_p$, alors qu'évidemment les rapports ρ_p/ρ_1 et ν_p/ν_1 seraient beaucoup plus petits que l'unité. Pour la même raison, il ne semble pas non plus qu'il s'agisse de lacunes (se comportant comme des électrons positifs) dans la distribution des électrons dans les zones de Brillouin. On doit donc avoir ici une intervention des microélectrons, ces particules étant les seules pour lesquelles $e > e_p$ et $l_p > l_1$. Nous poserons donc

$$(m_0)_p = (m_0)_n, \qquad e_p = e_n, \qquad \nu_p = \nu_n \qquad \text{et} \qquad \rho_p = \rho_n$$

pour une certaine valeur de l'indice n qu'il s'agit de déterminer. D'après la théorie quantique de la conduction ([2]), le rapport l_p/l_1 des libres parcours est donné par l'expression

(4) $$\frac{l_p}{l_1} = \left[\frac{1 + a}{1 + a\frac{(m_0)_e}{(m_0)_p}\left(\frac{\nu_p}{\nu_1}\right)^{\frac{2}{3}}}\right]^2 \left[\frac{(m_0)_e}{(m_0)_p}\right]^2 \left(\frac{\nu_p}{\nu_1}\right)^{\frac{4}{3}},$$

avec $a = 2E_{\text{cin}}/3\overline{U}$, E_{cin} étant l'énergie cinétique d'agitation d'un électron et $\overline{U}$ la valeur moyenne, dans le volume de la cellule unité, de l'énergie potentielle du système total (ions du réseau + électrons libres + particules e_p). Comme il s'agit de microélectrons, pour lesquels $e/e_n = (m_0)_e/(m_0)_n$, on déduit immédiatement de (3) et de (4)

(5) $$\frac{(m_0)_n}{(m_0)_e} = \left[\frac{1 + a_0}{1 + a_0\frac{(m_0)_e}{(m_0)_n}\left(\frac{\nu_n}{\nu_1}\right)_0^{\frac{2}{3}}}\right]^2 \left(\frac{\nu_n \rho_n}{\nu_1 \rho_1}\right)_0,$$

([2]) A.-H. Wilson, *The theory of metals*, Chap. VI.

les indices o qui affectent les ν, ρ et a indiquant qu'on doit prendre les valeurs de ces grandeurs pour $T=T_0$. Le nombre moyen N_1 d'électrons libres (ou de valence) contenus dans un volume Δ est donné par $N_1=\nu_1\Delta$; de même $N_n=\nu_n\Delta$, en désignant par N_n le nombre moyen de microélectrons positifs dans Δ. En remarquant que $\rho_1/\rho_n=\nu_1/\nu_n$ on déduit donc facilement de (5)

$$(6)\qquad \frac{(m_0)_n}{(m_0)_e}=\frac{1}{2}\left(\frac{N_n}{N_1}\right)^2(1+a_0)\left[(1+a_0)+\sqrt{(1+a_0)^2-4a_0\left(\frac{N_1}{N_n}\right)^{\frac{4}{3}}}\right]-a_0\left(\frac{N_n}{N_1}\right)^{\frac{2}{3}}.$$

Soit N_a le nombre d'atomes de bismuth dans Δ. En admettant, ce qui est naturel, que chaque noyau de B*i*, par une sorte de radioactivité microélectronique, a produit un seul e_n^+, on aura $N_n=N_a$. On sait que $N_1/N_a=5$ pour le bismuth. Comme l'expression sous le radical de (6) ne peut être négative, et comme d'autre part $(m_0)_n=(m_0)_e/n^5$ pour les microélectrons, on déduit donc facilement de (6), dans le cas du bismuth, les inégalités $0<a_0<0,04$ et $25<n^5<110$. *On a donc nécessairement* $n=2$. La valeur théorique $(m_0)_2=(m_0)_e/32$ correspond d'ailleurs à $a_0=0,02$.

PYROMÉTRIE. — *Mesure des températures de combustion des pâtes d'allumettes.* Note de MM. **René Arditti**, **Hubert Gaudry** et **Yvon Laure**, présentée par M. Gustave Ribaud.

Nous avons cherché à déterminer la température de la flamme d'une allumette au début de son ignition dans le but de voir si cette grandeur est en liaison avec la composition de la pâte.

La technique que nous avons été conduits à utiliser, étant donnée la faible durée du phénomène, est une adaptation à l'étude des flammes de très courte durée, de la méthode proposée par Kurlbaum pour les flammes stationnaires éclairantes. Sa validité suppose que la flamme rayonne selon la loi de Kirchhoff. Cette hypothèse a été admise ici, au même titre que pour les flammes usuelles. Par ailleurs, du fait de la présence de charges minérales dans les pâtes à allumettes, on dispose du spectre continu nécessaire à l'application de la méthode. Le rayonnement de la flamme dans le rouge est, en particulier, d'une intensité largement suffisante pour obtenir le contraste avec le rayonnement de la source. Dans notre montage, le pyromètre monochromatique est remplacé par une cellule à couche d'arrêt munie d'un filtre rouge de longueur d'onde effective comparable. L'image de la source-tare réglable, formée sur cette cellule, donne naissance à une force électromotrice stable, mesurée par un galvanomètre Moll de grande sensibilité et de très faible inertie dont le spot est reçu sur une échelle de grande longueur. La cellule, ainsi que nous l'avons vérifié, est indifférente aux rayonnements infrarouges parasites.

S'il s'agit d'étudier un lot d'allumettes, on peut, soit provoquer l'inflammation de chaque allumette par frottement sur son frottoir, soit diriger une petite

flamme de gaz exempte de rayonnement rouge, sur des débris de pâte obtenus en raclant, à la lame de rasoir, les boutons d'allumettes. Il y a évidemment lieu, dans ce cas, d'éliminer soigneusement les débris ligneux et les produits de paraffinage dont la température propre de combustion est sans rapport avec celle qu'il s'agit de mesurer. Les fragments de pâte sont alors disposés dans la concavité d'un support placé au-dessous du point où se forme l'image de la source et la prise de feu est provoquée par une petite flamme de gaz, exempte de rayonnement rouge. Cette méthode s'applique aisément au cas de l'étude d'une pâte avant confection d'allumettes; il suffit de faire sécher la pâte et de la pulvériser avec précaution. La durée de la combustion est très courte; avec un retard de l'ordre de la seconde, le spot dévie dans un sens ou dans l'autre selon que la température de la flamme excède ou non celle de la source. En réglant successivement celle-ci à diverses valeurs, il est possible d'encadrer la température cherchée à $\pm 10^\circ$. Le réglage étant obtenu, la température de la source est mesurée au pyromètre à disparition de filament et corrigée de l'absorption de la première lentille.

Quel que soit le mode d'allumage utilisé, il est nécessaire de se débarrasser, par soufflage, des fumées qui se dégagent en fin de combustion et absorberaient le rayonnement de la source.

Une première série d'expériences effectuées sur des allumettes françaises et étrangères nous a montré, qu'à la précision de nos mesures, les allumettes d'un même lot ont une température de flamme initiale constante et que cette température s'étage entre 1350° C. et 1930° C. selon le lot.

Dans d'autres séries, nous avons étudié l'influence de la variation des constituants de la pâte sur la température de sa flamme, par exemple du chlorate de potassium dans une formule utilisée par les Manufactures françaises d'allumettes.

Taux de chlorate (% de matière sèche)....	40,8	41,3	41,8	42,5	43,0
Température de flamme..................	1390°	1460°	1500°	1500°	1500°
Chaleur de combustion (kcal/kg de pâte)..	765	807	882	895	965

La différence d'allure des courbes de température de flamme et de chaleur de combustion en fonction du taux de chlorate semble indiquer qu'à partir d'une certaine proportion (comprise en 41,3 et 41,8 % pour la formule étudiée) une partie de ce constituant n'intervient plus dans le phénomène de prise de feu et se comporte comme un simple oxydant.

OPTIQUE ATMOSPHÉRIQUE. — *Résultats de nouvelles recherches sur l'Ombre de la Terre.* Note (*) de M. **Jean Dubois**, présentée par M. Aimé Cotton.

De nos récentes observations, nous avons tiré les résultats suivants :

I. *L'Arche anticrépusculaire est bien due à l'ozone.* — Les spectres du phéno-

(¹) Séance du 5 avril 1948.

mène donnent en définitive $\log B_\lambda/E_\lambda$ (B_λ, brillance du ciel anticrépusculaire et E_λ, éclairement solaire hors de l'atmosphère). Cette quantité est fonction de la longueur d'onde λ, de la dépression solaire ε et de la hauteur α du point du ciel observé.

a. Faisons ε et α fixes, et étudions $\log B_\lambda/E_\lambda$ en fonction de λ *pour un point de l'arche voisin de son sommet*. La courbe obtenue présente des maxima pour les longueurs d'onde suivantes :

4620, 4890, 5050, 5750, 6010, 6250 Å,

avec un minimum prononcé pour 5895 Å.

Sauf le dernier maximum qui correspond à la bande α de l'oxygène, les autres doivent être attribués à l'ozone, puisque le coefficient d'absorption de ce gaz atteint des valeurs maxima pour ces mêmes radiations et présente un minimum caractéristique pour 5895 Å. Dans le cas de l'Ombre de la Terre, on observe un maximum pour 5750 Å plus accusé que celui centré sur 6010 Å, bien que, dans ce dernier cas, le coefficient d'absorption de l'ozone soit supérieur. Cette anomalie déjà signalée par d'autres auteurs dans le cas de la Lune éclipsée, est probablement due à une absorption d'origine inconnue liée à l'ozone.

Dans la région où l'ozone n'absorbe pas ($\lambda < 4365$ Å) les valeurs de $\log B_\lambda/E_\lambda$ s'alignent sensiblement sur une droite inclinée, représentant les valeurs de $\log B_\lambda/E_\lambda$ que l'on observerait si l'atmosphère était privée d'ozone.

Nous avons repris l'étude précédente *pour un point du ciel juste au-dessus du sommet de l'arche*. Si l'on observe bien sur la courbe obtenue des maxima pour 5750 Å et 6250 Å, on ne peut mettre nettement en évidence les autres maxima relatifs à l'ozone, ni le minimum pour 5895 Å, encadré par les deux maxima situés à 5750 Å et 6010 Å. Autrement dit, *l'absorption sélective due à l'ozone est très faible dans le ciel juste au-dessus de l'arche, alors qu'elle est considérable à l'intérieur de celle-ci et au voisinage de son sommet*.

b. Soient maintenant ε et λ fixes, et étudions la variation de $\log(B_\lambda/E_\lambda)$ en fonction de α. Les courbes obtenues montrent que pour une certaine valeur α_0 de α la brillance B_λ croît brusquement. Il y a donc pour cette hauteur α_0 *un saut d'éclairement* dans la direction d'observation. Nous appellerons *amplitude du saut* le rapport des brillances observées au début et à la fin du saut.

Nous avons toujours constaté (plus de 60 observations) que *la hauteur α_0 est exactement égale à celle mesurée visuellement ou photographiquement comme hauteur arche-ciel*.

Ce rapide accroissement de brillance s'étale sur une très petite variation de α, comprise entre $0^\circ,2$ et $0^\circ,5$ suivant que la limite arche-ciel est plus ou moins nette, ce qui dépend de la transparence atmosphérique.

L'amplitude du saut *a* dépendant de λ, nous avons étudié la variation de *a* en fonction de λ. Cette courbe part de $a = 1$ (saut nul) pour toutes les radiations

non absorbées par l'ozone, et présente les mêmes particularités que celle représentant la variation du coefficient d'absorption de l'ozone en fonction de la longueur d'onde. Les deux maxima principaux sont respectivement égaux à 1,90 et 1,42 pour les radiations 6010 Å et 5750 Å et sont séparés par un minimum accusé, égal à 1,18 pour 5895 Å.

La limite arche anticrépusculaire-ciel est donc due à un saut d'éclairement produit uniquement par l'absorption de l'ozone. Il s'ensuit la différence de teinte observée par l'œil.

II. *Étude des courbes de montée de l'arche et de l'albe.* — Nous possédons des courbes *précises* de montée (ou de descente, suivant le cas). Ces courbes varient sensiblement d'un jour à l'autre, mais la pureté de l'atmosphère n'est pas la seule en cause. Nous avons confronté ces courbes avec celles que l'on peut calculer en faisant l'hypothèse que l'arche représente effectivement l'ombre de la Terre. Nous avons nous-même calculé les éléments nécessaires à l'établissement de ces courbes théoriques, d'ailleurs analogues à ceux publiés récemment par d'autres auteurs ([1]). Les courbes de montée ainsi obtenues sont *systématiquement en dessous des courbes observées* (écarts de $1^\circ,1$ à 2° pour $\varepsilon = 0$ et de 2° à 6° pour $\varepsilon = -4^\circ$), mais *coïncident assez exactement avec les courbes de montée de l'albe tant que ε ne dépasse pas — 4°. L'arche n'est donc pas l'ombre de la Terre mais la surmonte.* Si l'on ne voit pas de zone noire sous l'arche, c'est que la diffusion atmosphérique intervient pour éclairer l'intérieur du cône d'ombre portée, par le phénomène de l'albe que nous avons d'ailleurs étudié spectrographiquement. On établit des courbes de montée en bon accord avec celles observées en considérant l'atmosphère comme un diffuseur à trois dimensions et en tenant compte de l'absorption par l'ozone. Pour les faibles dépressions solaires, les courbes de montée dépendent avant tout de la valeur de l'épaisseur réduite d'ozone au zénith. Au contraire, pour les fortes dépressions (-3° à -6°) l'allure de ces courbes est étroitement liée au *plafond* de l'ozone, c'est-à-dire à l'altitude à partir de laquelle la concentration de ce gaz est négligeable. En comparant les courbes observées aux courbes calculées, on peut avoir une valeur approchée de l'épaisseur réduite de l'ozone au zénith (à condition toutefois d'être au-dessus de la vase atmosphérique), et l'altitude du plafond. Ce dosage rapide s'accorde assez bien avec celui que l'on réalise spectrographiquement.

III. *Dosage spectrographique de l'ozone.* — Des courbes donnant $\log B_\lambda/E_\lambda$ en fonction de λ, on déduit l'épaisseur effective x_e de gaz pur, ramené aux conditions normales, et produisant une absorption identique à celle observée. L'épaisseur x_e (en moyenne 5^{cm}) est une fonction de ε et de α. Connaissant les valeurs de x_e en fonction de ε et de α, on peut en déduire l'épaisseur réduite

---

([1]) R. Fessenkoff, *On the earth shadow* (*Astr. Journal of the Soviet Union*, **23**, 1946, p. 171).

d'ozone au zénith (contrôlée, le cas échéant, par des dosages effectués par la méthode classique de Cabannes et Dufay), et la répartition de ce gaz en fonction de l'altitude.

PHOTOGRAPHIE. — *Sur la formation de l'image latente aux basses températures.* Note de Mme **Arlette Vassy** et M. **Étienne Vassy**, présentée par M. Jean Cabannes.

On sait qu'aux basses températures la sensibilité des émulsions photographiques est considérablement réduite. Evans (1) a montré qu'elle diminue dans le rapport de 10 à 1 entre + 25 et — 186° C. Les expériences de Meidinger (2) sur le dosage de l'argent photolytique de l'image latente ont montré que la masse d'argent formé décroît dans le même rapport de 10 à 1 entre ces limites. Lehfeldt (3) a, par ailleurs, montré que l'absorption varie très peu quand la température diminue, et il s'agit donc d'une diminution du rendement quantique de la photolyse. Enfin Berg, Marriage et Stevens (4) ont montré que l'image interne n'est presque pas affectée par une basse température (90° K.); l'image superficielle est par contre considérablement affaiblie.

Pour interpréter cette diminution de sensibilité, Berg (5) a proposé l'hypothèse de deux sortes de pièges, les uns profonds coïncidant avec les centres de sensibilité de Sheppard, les autres moins profonds qui captureraient à basse température la majorité des photo-électrons libérés par la lumière; pendant le réchauffement précédant le développement, les électrons fixés sur ces derniers pièges remontent, sous l'action de l'agitation thermique, dans la bande de conductibilité, d'où ils peuvent gagner les pièges profonds; mais la plupart de ces électrons retombent au niveau de départ, c'est-à-dire se recombinent avec l'halogène.

Un important résultat est dû à Meidinger (6) : il a observé à basse température une notable luminescence verte centrée autour de 5400 Å, qui dépend essentiellement de la grosseur du grain : inexistante sur les émulsions Lippmann, elle apparaît par contre dès — 140°C. sur les émulsions à gros grains. De plus, sur les émulsions à l'iodure d'argent pur, la luminescence est renforcée en réchauffant l'émulsion après son séjour et son exposition à basse température. Le rendement quantique de la luminescence observée est très voisin de 0,9.

---

(1) *J. Opt. Soc. Amer.*, **32**, 1942, p. 214.
(2) *Phys. Zeits.*, **44**, 1943, p. 1.
(3) *Göttingen Nachricht*, Fachgruppe II, **1**, 1935, p. 171.
(4) *Phot. Jour.*, **81**, 1941, p. 413.
(5) *Trans. Faraday Soc.*, **35**, 1939, p. 445.
(6) *Phys. Zeits.*, **40**, 1939, p. 517 et **41**, 1940, p. 277.

Ce phénomène, qui se classe plutôt dans la phosphorescence, se rattache au cas général de l'exaltation de la luminescence à basse température dans les cristaux (7), et il nous a paru injustifié de la négliger, comme on l'a fait jusqu'à maintenant, dans les théories de la formation de l'image latente.

Si l'on suppose que l'énergie qui apparaît dans la luminescence est celle correspondant à la perte de sensibilité, comme l'autorise l'accord quantitatif des résultats expérimentaux, on peut déduire que la luminescence est liée à la surface des grains ou à des éléments situés en surface puisque l'image interne n'est pas affectée. Mais puisque les petits grains des émulsions Lippmann ne présentent pas cette fluorescence, et que les gros grains qui présentent une surface moindre pour la même masse ont l'effet maximum, ce n'est pas la valeur de la surface qui intervient, mais plutôt le nombre de centres de sensibilité superficiels qui sont plus nombreux dans les gros grains; Reinders et Hamburger (8) ont montré que le nombre de ces centres croît comme la cinquième puissance du diamètre moyen du grain. *Nous pensons donc que la phosphorescence observée est liée aux centres de sensibilité.*

Les photoélectrons peuvent aller soit dans les pièges de l'image superficielle (centres de sensibilité), soit dans ceux de l'image interne liés aux défauts de structure. Dès qu'un granule d'argent a commencé à se former sur un piège, il constitue un nouveau piège trop profond (1 électron-volt) pour que les électrons puissent repasser dans la bande de conductibilité. Mais les basses températures empêchent l'arrivée des ions Ag^{+} qui viendraient neutraliser les électrons fixés.

L'expérience a montré que les pièges ne peuvent fixer que très peu d'électrons (2 ou 3). Nous pourrions supposer que les photoélectrons en excès retombent au niveau de départ en émettant la lumière observée. Mais ceci devrait se produire aussi bien pour l'image interne que pour l'image superficielle, ce qui est contraire à l'expérience et n'explique pas le renforcement de la luminescence quand l'émulsion est réchauffée après l'exposition; cette dernière donnée exige que certains électrons se soient fixés pendant l'exposition.

Nous proposons donc l'interprétation suivante : *les pièges des centres de sensibilité sont à un niveau très voisin de la bande de conductibilité du* Br Ag; *ceux de l'image interne sont plus profonds*. Le niveau des centres de sensibilité est tel qu'il permet le retour, même à basse température, des électrons à la bande de conductibilité, ce qui entraîne une diminution de l'image superficielle; ces électrons en retombant à des niveaux inférieurs émettent la lumière observée au cours de l'exposition. Les électrons de l'image interne restent par contre fixés.

---

(7) Maurice Curie, *Fluorescence et phosphorescence*, Paris, 1946.

(8) *Zeitschr. wiss. Phot.*, **31**, 1933, p. 32 et 265.

Il peut arriver que, suivant les émulsions, les niveaux des centres de sensibilité soient plus ou moins profonds; s'ils sont profonds les électrons se fixeront à basse température, mais seront libérés en réchauffant l'émulsion, avec renforcement de l'émission lumineuse.

Cette suggestion, si elle est correcte, permettrait de connaître le niveau des centres de sensibilité d'après la température à laquelle apparaît la luminescence. En tout état de cause, l'existence de cette luminescence rend inacceptable l'hypothèse suivant laquelle tous les photoélectrons sont fixés à basse température.

RAYONS X. — *Influence de la tension d'excitation sur les satellites des raies* $L\alpha$ *de l'or.* Note de MM. **Manuel Valadares** et **Francisco Mendes**, présentée par M. Frédéric Joliot.

L'étude et la classification des raies satellites des spectres L de rayons X ont beaucoup progressé depuis que Coster et Kronig (1) ont émis l'hypothèse que ces raies sont la conséquence de passages électroniques entre les sous-niveaux L, phénomène accompagné d'émission d'électrons par effet Auger.

D'après cette hypothèse, les raies satellites $L\alpha$ sont dues au mécanisme suivant. Le bombardement cathodique provoque d'abord l'expulsion d'un électron de L_I; ensuite, dans l'atome ainsi ionisé, un électron passe de L_{III} à L_I libérant une énergie qui sert à expulser un autre électron, de la couche M, par exemple. L'atome reste, en conséquence, doublement ionisé ($L_{III}M$), et lorsqu'un électron venant d'une couche extérieure (M_V, par exemple) tombera sur L_{III} (raie $L\alpha_1$), il y aura émission d'un photon, dont l'énergie sera légèrement différente de celle émise par un atome ionisé exclusivement dans la couche L_{III}. On aura ainsi une raie satellite de la raie $L\alpha_1$.

Si l'hypothèse de Coster et Kronig joue déjà un rôle très important dans l'interprétation des raies satellites des spectres L de rayons X, elle devra présenter un intérêt encore plus grand dans le cas des spectres X de fluorescence accompagnant l'émission des rayons γ des radioéléments. En effet, lorsqu'il y a conversion du rayonnement γ, le nombre d'électrons expulsés du sous-niveau L_I est de beaucoup supérieur à celui des électrons qui sortent soit de L_{II}, soit de L_{III}, ce qui n'arrive pas lors d'un bombardement cathodique. En étudiant le spectre L de rayons X émis pendant la transmutation Ra D → Ra E, Frilley, Surugue et Tsien (2) ont été conduits à admettre, pour le cas des émissions X des radioéléments, l'hypothèse de Coster et Kronig. Il semble, par conséquent, intéressant de contrôler, même de façon indirecte, l'existence des passages des électrons de L_{II} et L_{III} vers L_I.

---

(1) *Physica*, 2, 1935, p. 13.

(2) *J. de Physique*, 6, 1947, p. 350.

Dans ce but, nous avons voulu vérifier si les raies satellites de $L\alpha_1(L_{III}M_V)$ disparaissaient pour une tension du tube à rayons X inférieure à la tension d'excitation de L_I. En effet, si le mécanisme proposé est correct, il ne doit pas exister de raies satellites de $L\alpha_1$ quand on travaille à une tension comprise entre les tensions d'excitation de L_I et L_{III}.

L'influence de la tension sur les raies satellites des spectres L a déjà été étudiée par Coster ([3]) en employant une anticathode en $Ag(Z=47)$, et plus tard par Coster, Kuipers et Huizinga ([4]) en se servant d'une anticathode de $Nb(Z=41)$; pourtant nous avons pensé qu'il serait intéressant de refaire cette étude pour le spectre L de $Au(Z=79)$ et ceci pour trois raisons :

a. Parce que de nombreux travaux ont été publiés sur les raies satellites de cet élément, mais aucun d'entre eux n'a examiné l'influence de la tension;

b. Parce que les deux éléments Nb et Ag se placent au-dessous de la discontinuité prévue par Coster et Kronig dans la fonction qui relie l'intensité des satellites au nombre atomique, tandis que Au est au delà de cette discontinuité;

c. Parce que le nombre atomique de l'or est voisin de ceux des radioéléments naturels.

Comme les potentiels d'excitation des trois sous-niveaux L de Au sont respectivement L_I — 14,4 kV, L_{II} — 13,7 kV et L_{III} — 11,9 kV, nous avons monté une installation de haute tension stabilisée à 500 V près; cela nous permet d'exciter le niveau L_{III} sans produire d'ionisation sur L_I. Nous avons pu contrôler, d'ailleurs, la constance du potentiel en examinant la région β du spectre; en effet, pour 13 kV, la raie β_2 $(L_{III}N_V)$ est assez intense, mais on ne peut déceler dans le spectre la raie β_1 $(L_{II}M_{IV})$; la tension reste donc inférieure à 13,7 kV et ne peut *a fortiori* exciter le niveau L_I (14,4 kV).

Nous avons employé un spectrographe à cristal courbé, type Cauchois, déjà décrit ([5]). Le tube à rayons X a travaillé soit à 13 kV, soit à 17 kV; la tension devant être stabilisée à 500 V près, le courant ne pouvait pas dépasser 1 mA, ce qui nous a conduits à des temps de pose très longs (de l'ordre de 40 heures).

Les spectres obtenus sous 17 kV montrent très nettement la bande satellite qui accompagne la raie $L\alpha_1$ vers les courtes longueurs d'onde, tandis que cette bande n'est pas visible dans les spectres excités sous 13 kV (L_I — 14,4 kV; L_{III} — 11,9 kV). En effet, les microphotogrammes des clichés de 17 kV montrent une raie $L\alpha_1$ très nettement asymétrique ([6]), tandis que cette raie est rigoureusement symétrique dans ceux de 13 kV.

Ce résultat permet non seulement de confirmer l'hypothèse de Coster et

---

([3]) *Phil. Mag.*, **44**, 1922, p. 546.

([4]) *Physica*, **2**, 1935, p. 870.

([5]) J. Sarmento, *Portugaliae Physica*, **2**, 1946, p. 139.

([6]) Les spectrogrammes et microphotogrammes seront publiés dans un autre Recueil.

Kronig, mais fournit également la possibilité de déterminer avec précision la forme de la bande satellite qui accompagne la raie $L\alpha_1$, du fait qu'on connaît le profil de cette raie sans satellite; la forme de cette bande, dont la connaissance est indispensable pour une comparaison entre les données expérimentales et les prévisions théoriques, n'a été déduite jusqu'à présent que par un procédé approximatif.

Nous avons pensé tout d'abord que nos expériences nous permettraient également de constater aussi la disparition de la bande satellite comprise entre $L\alpha_1$ et $L\alpha_2$ à la tension de 13 kV. Pourtant les bords de la fenêtre du tube à rayons X, construit en laiton, émettent, par fluorescence, le rayonnement caractéristique du zinc et la raie $K\beta_2$ de cet élément tombe justement dans cette région; cela nous empêche de donner une réponse définitive au problème de l'existence, à cette tension, de la bande comprise entre les deux raies α. Remarquons enfin que certaines raies satellites, très faibles, qui ont été signalées par Mlle Cauchois [7], peuvent peut-être subsister à basse tension [8]; en tout cas, même si ces raies subsistent, leurs intensités sont tout à fait négligeables par rapport à celle de la bande qui disparaît.

PHYSIQUE NUCLÉAIRE. — *Sur la désintégration de* ${}^{18}_{9}F$.
Note (*) de Mme **Ho Zah-Wei**, présentée par M. Frédéric Joliot.

L'émission de positons par ${}^{18}_{9}F$ a été observée en 1937 [1], la période de l'activité est de 114^{min} [2]. La limite supérieure du spectre mesurée par la méthode d'absorption varie entre 0,5 et 0,7 MeV suivant les auteurs [1] [2] [3]; elle est estimée à $0{,}7 \pm 0{,}05$ MeV, d'après un court résumé d'un travail effectué par la méthode de la chambre de Wilson [4]. La présence d'un rayonnement γ accompagnant la désintégration a été signalée, mais elle a été attribuée à la radiation de dématérialisation [2]. Dans l'ensemble, le problème de désintégration de ${}^{18}_{9}F$ n'est pas encore éclairci et il mérite d'être étudié systématiquement.

Nous avons abordé ce problème par la méthode de la chambre de Wilson. L'appareil utilisé est une chambre à long temps d'efficacité du type Joliot [5],

(7) *J. de Phsyique*, 5, 1944, p. 1.

(8) Le fait que le spectre continu est plus intense à basse tension rend difficile l'observation des raies de très faible intensité.

(*) Séance du 22 mars 1948.

(1) A. H. Snell, *Phys. Rev.*, 51, 1937, p. 143; M. L. Pool, J. M. Cork et R. L. Thornton, *Phys. Rev.*, 52, 1937, p. 239.

(2) W. L. Davidson, *Phys. Rev.*, 57, 1940, p. 1086.

(3) L. A. Dubridge, S. W. Barnes, J. H. Buck et C. V. Strain, *Phys. Rev.*, 53, 1938, p. 447.

(4) T. Yasaki et S. Watanabe, *Nature*, 141, 1938, p. 787.

(5) Tsien San-Tsiang, *Journ. de Phys. et Rad.*, 1, 1940, p. 1.

remplie d'air à la pression atmosphérique, le champ magnétique étant 570 gauss. La source de ${}^{18}_{9}F$, sous forme de Li F, préparée par la réaction ${}^{19}_{9}F(n, 2n){}^{18}_{9}F$, en utilisant les neutrons rapides de Li-D fournis par le cyclotron du Collège de France, a été déposée sur une feuille mince de mica et suspendue au centre de l'appareil. Les trajectoires ont été photographiées stéréoscopiquement.

Nous avons mesuré en tout 2600 trajectoires utilisables de positons avec $E_{\beta-} > 50$ ekV. La distribution de l'énergie est donnée sur la figure I et l'ana-

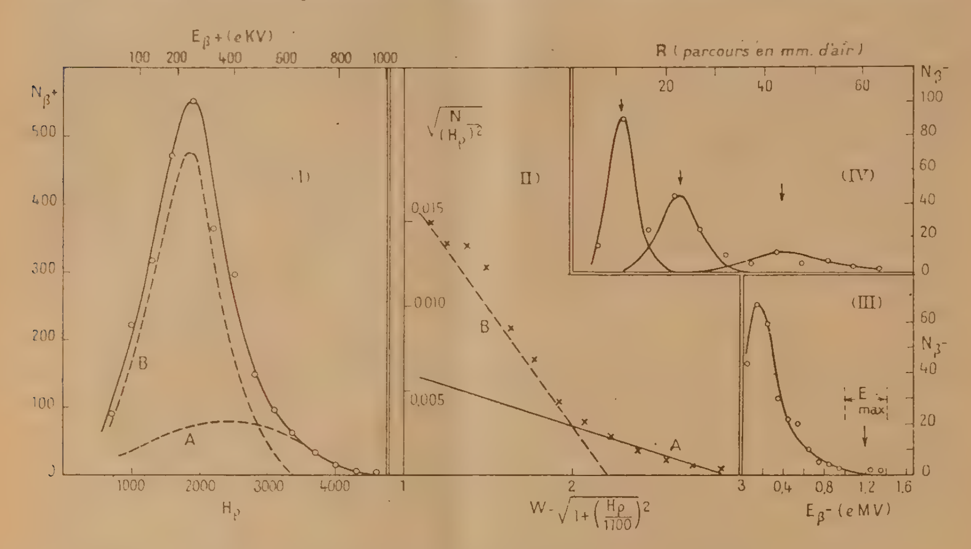


Fig. I. — La répartition des nombres de positons $N_{\beta+}$ en fonction de leurs énergies.

Fig. II. — Diagramme de *Fermi* (W = énergie totale du positon).

Fig. III. — La répartition en énergie des électrons de recul.

Fig. IV. — La distribution en parcours des photoélectrons de faible énergie.

lyse du spectre pour la théorie de Fermi est représentée par la figure II. *Il semble que le spectre soit complexe, constitué probablement par deux composantes* A *et* B *de limites supérieures égales respectivement à* 950 ± 50 *et* 600 ± 100 ekV. *Le rapport des intensités des composantes* A *et* B *est environ* 1 : 4.

En plus des trajectoires de positons, nous avons trouvé 267 électrons de recul sortant de la source ou du gaz. *La limite supérieure de la distribution en énergie de ces électrons est* $1,2 \pm 0,2$ MeV (*fig.* III), *ce qui correspond à un photon d'énergie maximum de* $1,4 \pm 0,2$ MeV.

Enfin, on a encore observé 232 trajectoires relativement courtes des électrons créés dans le gaz. D'après la distribution de leurs vrais parcours [6], on peut

---

[6] Tsien San-Tsiang, *Ann. de Phys.*, 19, 1944, p. 327; Tsien San-Tsiang, C. Marty et B. Dreyfus, 8, 1947, p. 269.

décomposer celle-ci approximativement en trois groupes monocinétiques (*fig.* IV). S'ils étaient tous dus aux photoélectrons des rayonnements γ de faible énergie, *ils correspondraient à trois raies* γ *dont les énergies sont* 24 ± 2, 36 ± 2 *et* 52 ± 2 ekV *respectivement*. Les intensités des raies calculées d'après les données expérimentales sont sensiblement égales entre elles, ce qui indique *qu'elles sont émises probablement en cascades*. Mais il est à remarquer que *la valeur absolue de ces intensités est beaucoup plus grande (environ 20 fois) que le nombre total des positons, ceci indiquerait l'existence probable du phénomène de la capture K*. Des expériences de contrôle sur Li métallique effectuées dans des conditions semblables ont montré que cette grande quantité de photons de faibles énergies est bien due à ${}^{18}_{9}F$.

D'autres expériences au compteur Geiger-Müller sont en cours pour compléter les données expérimentales, nécessaires pour pouvoir constituer un schéma cohérent de la désintégration de ${}^{18}_{9}F$.

RADIOACTIVITÉ. — *Spectres de raies positives et négatives du* Ra(D + E + F). Note de Mme **Glaphyra Vieira**.

Le spectre β^- continu du RaE a été étudié par un grand nombre de chercheurs et certains d'entre eux ont obtenu des vestiges de raies d'énergie supérieure à la limite du spectre [1]. Nous avons repris cette étude dans le but de rechercher des raies β du RaE dans la région indiquée en utilisant pour cela la méthode directe de déviation magnétique avec enregistrement photographique. La source est constituée par de vieilles aiguilles d'émanation dans lesquelles les éléments Ra(D + E + F) sont en équilibre radioactif. Après des essais préliminaires, nous procédons maintenant dans les conditions suivantes : distance source-fente $6^{cm},8$ et fente-châssis $4^{cm},7$; intensité du champ magnétique 290 Oe et 240 Oe. Des poses allant jusqu'à 15 jours ont permis d'obtenir des clichés où l'on peut voir des raies fines entre la tache directe et la limite supérieure du spectre β^- continu du RaE. Sur ces mêmes clichés nous avons obtenu un spectre de raies dans la région des grandes énergies placé de l'autre côté de la tache directe et correspondant par conséquent à des particules de charge positive. L'examen des clichés montre que la plupart des raies positives et négatives observées sont symétriques par rapport à la tache directe et que les raies de même énergie ont la même intensité, celle-ci diminuant des plus grandes vers les plus petites énergies. On peut admettre *a priori* qu'il s'agit d'un phénomène de création de paires d'électrons où l'énergie matérialisée se partage également entre raies positives et raies négatives.

---

(1) O'Conor, *Phys. Rev.*, 52, 1937, p. 303. Ce travail contient la bibliographie de la question.

S'il en est ainsi, ce rayonnement proviendrait de l'une des transmutations de la source complexe Ra (D — E — F) et devrait posséder une énergie supérieure à 1,02 MeV. Comme l'on sait, le rayonnement γ de la transmutation RaD → RaE, de même que le rayonnement β de la transmutation RaE → RaF n'ont pas d'énergie suffisamment grandes pour la matérialisation. Dans la transmutation RaF → RaG l'examen [2] du spectre α permet cependant d'admettre l'existence de plusieurs rayonnements γ dont la plus énergique aurait 1,6 MeV, mais son énergie est encore insuffisante pour expliquer les raies que nous avons observées quand on suppose qu'elles correspondent à des électrons.

Au cours de ce travail, M. A. Gião nous a suggéré que ces raies pourraient correspondre à des paires de *microélectrons* du second ordre, particules de masse et de charge 32 fois plus petites que celles de l'électron et dont l'émission assurerait la conservation de l'énergie dans le spectre β continu des substances radioactives. L'existence de ces microélectrons a été déduite par cet auteur de sa théorie unitaire dans des travaux récents [3] où l'on trouve une analyse de nos expériences.

La colonne I du Tableau ci-dessous donne les valeurs de $H\rho$ pour les principales raies observées dans nos clichés (les valeurs calculées de $H\rho$ sont les mêmes qu'il s'agisse d'électrons ou de microélectrons). La colonne II donne les valeurs des énergies qui correspondent aux différents $H\rho$ et la colonne III les énergies (E) des rayonnements γ dont pourraient provenir les particules, en admettant qu'il s'agit d'électrons de matérialisation; enfin, les colonnes IV et V donnent les valeurs des mêmes grandeurs que celles des colonnes II et III respectivement, mais dans le cas des microélectrons.

	Électrons		Microélectrons	
I	II	III	IV	V
$H\rho$ (Oe.cm).	E_{cin} (eV) pour une raie.	E (eV) (rayonnements).	E_{cin} (eV) pour une raie.	E (eV) (rayonnements).
$31,3.10^3$	$9 .10^6$	$19 .10^6$	$2,8 .10^5$	$5,9.10^5$
15,8	4,2	9,4	1,3	2,9
10,5	2,7	6,4	0,84	2,0
7,5	1,8	4,6	0,56	1,4

On voit que ces dernières valeurs sont largement au-dessous de l'énergie maxima du spectre β de la source utilisée, tandis que les énergies exigées par les électrons conduiraient à admettre l'existence de γ qui n'ont jamais été observés dans les transmutations qui se produisent dans notre source.

[Dans l'hypothèse des microélectrons les valeurs observées correspondraient

(2) W. Y. Chang, *Phys. Rev.*, 67, 1945, p. 267.

(3) A. Gião, *Portugaliae Mathematica*, 6, II, 1947, p. 67-114; *Comptes rendus*, 224, 1947, p. 454.

à la conservation de l'énergie dans l'émission β^- continue depuis le voisinage du maximum (1,2 MeV) jusqu'à 0,6 MeV.]

Nous essayons actuellement de déterminer le pouvoir pénétrant des particules qui produisent les raies observées et tâchons d'autre part d'améliorer les conditions expérimentales.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur la dissociation des molécules d'hydrogène dissoutes dans l'eau en électrons libres e et en ions* H^+. Note de M. **Vasilesco Karpen**, présentée par M. Aimé Cotton.

Notre théorie de la force électromotrice entre deux milieux ([1]) repose principalement sur l'hypothèse que les électrolytes contiennent, comme les métaux, quoique en proportions incomparablement moindres, des électrons libres. En particulier dans un liquide contenant de l'hydrogène, doivent se trouver des électrons provenant de la dissociation de ce gaz en ions H^+ et électrons $\bar{e}$, dont la présence augmente nécessairement la conductivité du liquide. Cette dissociation sera prouvée si l'on arrive à montrer que la conductivité du liquide augmente effectivement, lorsqu'on y dissout de l'hydrogène. C'est le but de la présente communication.

Une ampoule en forme de tube (longueur 14^{cm}, diamètre 1^{cm}) munie à ses extrémités de larges électrodes *a*, *b*, en platine platiné, est vidée d'air et remplie d'eau distillée également débarrassée d'air; on en détermine la conductivité $\lambda_1 = 1,67.10^{-4}$ mhos/cm, en mesurant la résistance entre *a* et *b* au pont de Kohlrausch. On introduit ensuite l'hydrogène sous une pression d'environ 1/2 atmosphère et l'on ferme l'ampoule à la lampe; la conductivité commence aussitôt à augmenter, arrive à $2,25.10^{-4}$ au bout de 24 heures et à $\lambda = 3,16.10^{-4}$ mhos/cm au bout de 48 heures, se maintenant pendant deux jours à cette dernière valeur. En ouvrant l'ampoule pour la sortie de l'hydrogène, la conductivité diminue et revient au bout de 4 jours à la valeur initiale λ_1, ce qui prouve que l'augmentation de la conductivité était bien due à la présence de l'hydrogène. Le rôle du platine platiné est de débarrasser l'eau de toute trace d'oxygène en catalysant la combinaison de ce gaz avec l'hydrogène.

Les deux conductivités λ_1, λ, et la conductivité $\lambda_0 = 0,04.10^{-6}$ mhos/cm de l'eau la plus pure connue (Kohlrausch et Heydweiler) vont nous permettre d'évaluer approximativement la concentration $C_{\bar{e}}$ des électrons, égale à C_H, concentration des ions H^+, due à la dissociation de l'hydrogène dans l'eau.

Les conductivités λ_1, λ_0 sont proportionnelles aux concentrations et aux conductivités équivalentes des ions respectifs. La moyenne des conductivités équivalentes des ions H^+ et OH^-, seuls existant dans l'eau pure, dont la

---

([1]) *Comptes rendus*, **209**, 1939, p. 474, 509 et 790.

concentration à 18° est

$$C^0_{H^+} = C^0_{OH^-} = \sqrt{C} = 0,7N.10^{-7} = 4,2.10^{-15} \text{ ions par litre,}$$

est d'environ 2,6 fois plus grande que la moyenne C_m des ions pouvant polluer l'eau de conductivité λ_1. On doit donc avoir

$$C^0_{H^+} + C_m/2,6 = \frac{\lambda_1}{\lambda_0} C^0_{H^+} \qquad \text{d'où} \quad C_m = 2,6 \frac{\lambda_1}{\lambda_0} \sqrt{C},$$

en négligeant 1 par rapport à λ_1/λ_0.

Si nous attribuons à l'électron la même conductivité qu'au proton, la conductivité de ces deux corpuscules est 3,4 fois plus grande que la moyenne des conductivités des ions polluant l'eau; on doit donc avoir

$$C_m + 3,4\, C_{H^+} = \frac{\chi}{\lambda_1} C_m \qquad \text{où} \quad C_{H^+} = \frac{2,6}{3,4} \frac{\lambda - \lambda_1}{\lambda_0} \sqrt{C},$$

soit

$$C_{H^+} = C\bar{e} = 1,2.10^{20} \text{ électrons par litre.}$$

A la pression de 1/2 atmosphère, le nombre de molécules d'hydrogène dissoutes dans l'eau par litre est $C_H = 2,65.10^{20}$. Nous arrivons ainsi à ce résultat nouveau.

Dans l'eau contenant en solution de l'hydrogène, sous la pression de 1/2 atmosphère, 1/5 environ des molécules de ce gaz doivent être dissociées en électrons $\bar{e}$ et ions H^+, et sans doute une autre partie de ces molécules doit être dissociée en atomes.

A une pression quelconque, k étant la constante de dissociation définie par la loi d'action de masse,

$$C_{H^+} C\bar{e} = k C^{\frac{1}{2}}_{H_2} \qquad (H_2 \rightleftharpoons 2H^+ + 2\bar{e}),$$

on a

$$C\bar{e} = C_{H^+} = k^{\frac{1}{2}} C^{\frac{1}{4}}_{H_2} \qquad \text{avec} \quad k = 8,8.10^{29}.$$

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur les mesures de la constante diélectrique des solutions électrolytiques.* Note de M. **Eugène Darmois**, présentée par M. Jean Cabannes.

De telles mesures ont été effectuées presque sans interruption depuis 1891, d'abord avec des oscillations amorties, puis avec des oscillations sinusoïdales. Une revue des mesures faites jusqu'en 1926 a été donnée par Blüh (1); on en trouvera une autre dans un travail très étendu de Lattey et Davies (2).

En principe, le condensateur C de mesure est en série avec une self (R, L), le circuit étant couplé à un oscillateur sinosoïdal; un condensateur réglable, bien

(1) *Phys. Zeits.*, **27**, 1926, p. 226.
(2) *Phil. Mag.*, **12**, 1931, p. 1111 et **13**, 1932, p. 444.

comme ce coefficient est la moyenne géométrique de ceux des deux ions isolé K, est en parallèle avec C; on modifie K pour obtenir la résonance du courant total ou la résonance de la tension aux bornes de C. Lattey a montré que la résonance de tension était plus précise; c'est cette méthode qui a été employée par Beauvilain ([3]).

D'après Debye, on devrait, au moins en solution très étendue, où d'ailleurs les mesures sont seules possibles, avoir une *décroissance* linéaire de la constante diélectrique quand la concentration augmente. Beaucoup d'auteurs ont trouvé une telle décroissance; seulement, pour un même sel, l'inclinaison des droites $D=f(\Gamma)$ n'est pas la même chez tous. D'autres auteurs trouvent d'abord une diminution, puis un minimum, puis une augmentation.

Enfin d'autres trouvent une *augmentation* linéaire de D avec Γ; c'est justement le cas de Lattey et Davies. Si l'on groupe sur un même graphique $D-\Gamma$ les points des divers auteurs pour ClK dans l'eau, on trouve des points un peu partout; il est vraisemblable qu'au moins une cause d'erreur systématique a échappé à beaucoup d'auteurs. Nous signalons dans ce qui suit une telle erreur de principe.

Tous admettent qu'on peut remplacer un condensateur à diélectrique conducteur, en série avec (R, L), par un condensateur parfait avec une résistance constante en parallèle. Si g est la conductance du condensateur réel, C sa capacité, C′ et R′ les valeurs pour le modèle équivalent l'égalité des admittances donne de suite

(1) $$C'=C\left(1+\frac{g^2}{C^2\omega^2}\right),$$

(2) $$R'=\frac{g}{g^2 C^2\omega^2},$$

C′ et R′ dépendent à la fois de C et g. Dans la méthode de résonance de tension, on démontre de suite que

$$C'+K_{max}=\frac{L}{R^2+L^2\omega^2}.$$

soit une valeur indépendante de la conductance du condensateur réel. L et R restant constants, un ΔC est mesuré par un ΔK; on fera les mêmes mesures pour l'eau pure et l'on écrira $\Delta K/\Delta K_e=D/D_e$. En réalité la self des connections des deux condensateurs intervient; nous nous bornerons au cas où on la néglige. Les auteurs admettent alors que le C′ mesuré est égal à C et ils posent $C'/C_e=D/D_e$. D'après (1) C′ n'est égal à C que si g est négligeable vis-à-vis de $C\omega$; c'est vrai dans le cas de l'eau; ce n'est pas vrai pour l'électrolyte. La conductance de celui-ci entre électrodes est à peu près donnée par $4\pi C_0/\rho$, où C_0 est la capacité électrostatique dans le vide. On trouve facilement $g/C\omega=(18.10^8\Lambda\Gamma/fD)$. Λ et Γ sont les conductibilité et concentration équi-

([3]) *Thèse*, Paris, 1935.

valentes, f la fréquence, D la C. D. de la solution. Lattey et Davies utilisent une fréquence voisine de 6.10^6; D est voisin de 80, Λ de 130 pour ClK, $g^2/C^2\omega^2$ est voisin de $2,5.10^5\Gamma^2$ et pour $\Gamma = 10^{-3}$ mol/l, $g^2/C^2\omega^2 = 0,25$. La valeur de D mesurée se trouve donc trop grande dans le rapport 1,25. Les auteurs trouvent pour ClK une augmentation de 0,66 pour D. En appliquant la correction calculée on doit écrire $1,25\,D = D_e + 0,66$, d'où $D_e - D = 15,5$ environ. Les mesures très soignées de Lattey et Davies donnent donc elles aussi une décroissance de D. Il est possible que la grandeur de la correction soit un peu différente, mais le sens n'est pas douteux. Du moment qu'on doit écrire, pour les mesures où cette correction n'a pas été faite, $D_{exp} = D_e(1 - k\Gamma)(1 + a\Gamma^2)$, on voit que, pour des valeurs convenables de k et a, on trouve un minimum de D_{exp} pour une certaine valeur de Γ. Une critique plus poussée doit permettre d'expliquer les divergences entre les divers auteurs. Pour le moment, il serait plus indiqué de reprendre les expériences elles-mêmes. C'est ce qu'ont fait Riston, Hasted et Collie [4] pour f voisin de 10^{10}; ils trouvent une diminution de D_e pour tous les électrolytes.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur la possibilité d'existence d'un ion* $(H_3O)^+$. Note de Mlle **Geneviève Sutra**, présentée par M. Paul Pascal.

Dans une Note précédente [1], l'étude des mobilités comparées des ions hydrogène et deutérium dans l'eau lourde nous a montré que, au degré de précision des expériences, ces deux particules ne sont pas hydratées en solution très étendue. On pourrait penser que, *a fortiori*, l'hydratation est encore moindre en solution concentrée; les considérations qui suivent montrent le contraire.

La réaction d'hydratation de l'ion H^+ doit s'écrire $H^+ + H_2O = H_3O^+$. La loi d'action de masses peut s'appliquer à cette réaction en tenant compte des facteurs d'activité; elle donne

$$\frac{[\overset{+}{H_3}O]\, f_{H_3O^+}}{[\overset{+}{H}][H_2O]\, f_H\, f_{H_2O}} = K(T), \qquad (1)$$

où les parenthèses sont les concentrations molaires et les f les facteurs d'activité; qui dépendent de la concentration; K est une constante qui ne dépend que de la température. En solution très étendue, le rapport $[H_3O^+]/[H^+]$ ne doit pas dépasser 1/100; dans ce cas les f sont égaux à l'unité, K est donc au plus égal à 1/5500; nous le supposerons égal à 10^{-4} à 20°.

Quand la concentration varie, le coefficient d'activité moyen d'un électrolyte diminue d'abord, puis passe par un minimum et augmente ensuite;

[4] *Comptes Rendus*, 225, 1947, p. 285.

[1] G. Sutra et E. Darmois, *Comptes rendus*, 222, 1946, p. 1286.

pour HCl, les coefficients pour H et Cl doivent suivre la même marche, donc augmenter en solution concentrée. C'est une augmentation de ce genre qui est admise par Hückel ([2]), qui la rattache à la diminution de la constante diélectrique de l'eau par dissolution d'un sel. D'après Hückel, on aurait, pour le coefficient d'activité d'un ion, l'expression $\log f = - a\sqrt{m} + bm$. a ne dépend que de la charge de l'ion; il est donc le même pour Cl^- et H^+; b doit être spécifique de l'ion. Il y a de fortes raisons de croire que b est plus grand pour H^+ que pour Cl^-; on a pu, par exemple, étudier l'activité des ions des acides faibles dans les solutions de sels neutres; au delà du minimum de f, la courbe de f_H est au-dessus de celle de l'autre ion et monte rapidement. Le facteur d'activité de l'eau est moins sensible à la concentration des ions, il semble en tout cas supérieur à l'unité. D'après l'équation (1), le rapport $[H_3O]/[H]$ est proportionnel à $[H_2O]$, qui décroît lentement, et à f_H/f_{H_2O} qui croît exponentiellement avec la molarité des ions. Entre les molarités 5 et 15 pour HCl, f_{HCl} passe de 2,5 à 40; on peut raisonnablement admettre que, pour un rapport HCl/H_2O voisin de l'unité, f_H/f_{H_2O} est de l'ordre de 500, $[H_2O]$ de l'ordre de 20 et $[H_3O]/[H]$ de l'ordre de l'unité. Ce serait donc aux concentrations élevées que l'ion $(H_3O)^+$ serait stable. Une indication de la littérature semble confirmer ce qui précède. D'après Volmer ([3]) l'hydrate $ClO_4H\,H_2O$ donne aux rayons X un diagramme exactement superposable à celui de ClO_4NH_4, ce qui semblerait démontrer que l'acide hydraté est, comme le sel, un composé ionique qui doit s'écrire $ClO_4(H_3O)$. Il sera intéressant d'étudier le spectre Raman du même corps.

CHIMIE GÉNÉRALE. — *Sur le rôle des radicaux* C_2 *et* CH *dans la combustion du méthane*. Note de MM. **Raoul Wildenstein** et **Paul Laffitte**, présentée par M. Paul Pascal.

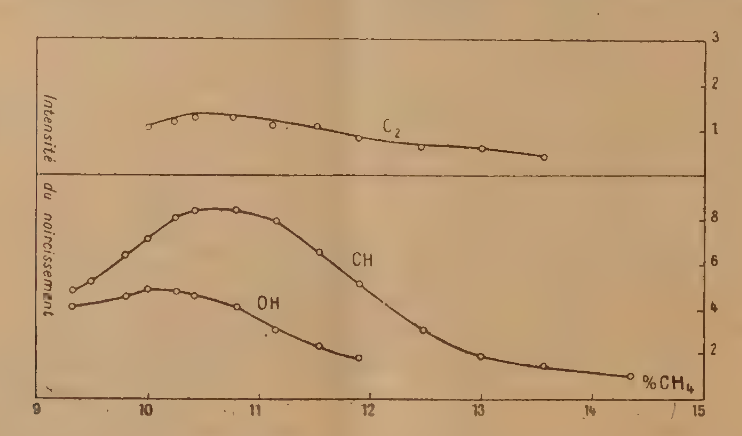
La plupart des études effectuées sur les spectres d'émission des flammes sont purement qualitatives, car elles ont pour seul but la caractérisation des radicaux formés intermédiairement pendant les réactions de combustion. Aussi, si les résultats obtenus dans ces recherches ne sont pas ignorés des cinétistes, ceux-ci n'ont presque jamais fait intervenir dans les schémas réactionnels qu'ils proposaient pour représenter le mécanisme des réactions de combustion, les radicaux décelés par spectrographie. C'est ainsi que les radicaux C_2 et CH qui (à côté du radical OH) sont les plus puissants émetteurs de la flamme des hydrocarbures, ne figurent généralement pas dans les schémas réactionnels établis à la suite des études cinétiques pour la combustion du méthane. Par

---

([2]) *Phys. Zeits*, 26, 1925, p. 93.
([3]) *Lieb. Ann.*, 440, 1924, p. 200.

contre d'autres radicaux, dont la nécessité est due aux lois cinétiques, interviennent dans ces schémas; c'est ce qui a lieu, par exemple pour CH_3. On sait, il est vrai, que la caractérisation d'un tel radical dans un spectre de flamme est actuellement impossible, mais par contre la spectrographie de masses a récemment permis de le déceler dans la flamme du méthane ([1]). Nos recherches, dont certains résultats sont très brièvement rapportés dans la présente Note, ont eu pour but de faire des déterminations quantitatives sur le spectre de la flamme du méthane, de manière à obtenir des précisions sur le mécanisme de la combustion de cet hydrocarbure, sans cependant que nous sous-estimions la difficulté de l'interprétation théorique de ces expériences.

Le carbure que nous avons utilisé était du gaz naturel de Saint-Marcet dont la composition correspondait à 95 % d'un hydrocarbure de formule brute $C_{1,12}H_{4,06}$ (c'est-à-dire du méthane souillé d'une petite quantité d'homologues supérieurs), le résidu étant de l'air contenant un excès d'azote. Pour des raisons expérimentales, nous utilisions pour l'étude spectrographique du *cône interne* un brûleur simple constitué d'un tube en pyrex de 10^{mm} de diamètre, tandis que pour le *cône externe* nous avons employé un bec Méker. Un grand nombre de spectres ont été obtenus, pour diverses compositions du mélange combustible, avec un appareil à optique de quartz. L'intensité des bandes dues aux divers radicaux étudiés était enregistrée à l'aide du spectrophotomètre de Vassy ([2]). Les résultats obtenus pour le cône interne sont résumés par les courbes de la figure ci-jointe où sont portés en abscisses



les pourcentages de combustible dans l'air, et en ordonnées les noircissements en unités arbitraires proportionnelles au logarithme de l'intensité. On voit que les bandes de CH à 3872 et 4315 Å passent par un maximum d'intensité pour

([1]) G. C. Eltenton, *J. Chem. Phys.*, **15**, 1947, p. 445.
([2]) *Science et Ind. photogr.*, **16**, 1945, p. 1 et 65.

une teneur en combustible de 10,80 %. Pour les bandes de C_2 à 4381 et 4737 Å on observe aussi un maximum d'intensité qui a lieu pour la même composition que pour CH. Mais pour les raies de CH, à 2608, 2811 et 3064 Å, si l'on observe encore un maximum, celui-ci se trouve au voisinage de la composition stœchiométrique; dans le cône externe on l'observe encore, mais pour un mélange légèrement moins riche en gaz combustible.

De ces résultats on peut conclure que dans la combustion du méthane il y a une relation étroite entre les concentrations des radicaux C_2 et CH. On ignore encore d'une manière précise et certaine comment sont formés les radicaux C_2; mais on peut attribuer aux radicaux CH une origine exprimée par l'un des schémas suivants :

$$C_2^\star + OH \rightarrow CO + CH^*;$$
$$C_2^\star + OH \rightarrow CO + CH^*;$$
$$C_2 + OH \rightarrow CO + CH;$$

ce dernier étant suivi de l'excitation thermique de CH. On voit que ces schémas permettent d'interpréter les expériences rapportées ci-dessus. Ils sont, d'autre part, conformes à des résultats récents ([3]).

Il est évident que si l'on n'obtient pas pour les radicaux OH une loi parallèle à celle de C_2 et de CH, c'est qu'ils ont une origine indépendante. D'après Gaydon la température rotationnelle élevée des bandes de OH montre nettement que ce radical est formé par un processus chimique à un état excité électroniquement, et le seul processus qu'il envisage implique le radical HCO. Cependant de nouvelles recherches sont nécessaires pour résoudre définitivement cette dernière question.

CHIMIE MINÉRALE. — *Formation de chlorites à partir de peroxyde de chlore et de métaux.* Note (*) de M. **Michael Bigorgne**, présentée par M. Louis Hackspill.

Dans le cadre des travaux entrepris sur les propriétés du peroxyde de chlore, et dont nous avons publié dans une précédente Note ([1]) les premiers résultats, nous avons expérimenté l'action du nickel et constaté qu'il se comporte différemment des métaux tels que le cadmium, le zinc, le magnésium, l'aluminium : en effet il n'y a pas formation d'oxyde de nickel.

a. En opérant de façon que la poudre de nickel très fine, préparée par limage d'un lingot de nickel fondu, entre en réaction avec une solution aqueuse de peroxyde de chlore à concentration constante, obtenue en faisant passer un courant de peroxyde de chlore bidistillé dans le liquide de réaction

([3]) G. Pannetier et A. G. Gaydon, *Comptes rendus*, 225, 1947, p. 1300.

(*) Séance du 15 mars 1948.

([1]) *Comptes rendus*, 225, 1947, p. 527.

tout au long de l'expérience, nous avons obtenu des courbes de rendement en chlorite en fonction du temps présentant un maximum; ce maximum, dans les conditions opératoires, reste aux environs de 90 % ; son abscisse maxima est de 12 minutes pour la température d'environ 32° C. (*fig.* 1).

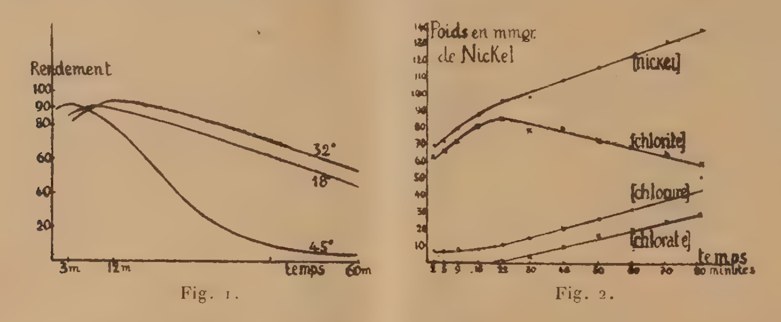


Fig. 1. Fig. 2.

En faisant les calculs sur les valeurs absolues de nickel, de chlorate, de chlorure, de chlorite, nous avons obtenu les courbes suivantes (*fig.* 2), pour lesquelles il convient de remarquer le maximum de la courbe [chlorite] correspondant au coude de la courbe [nickel].

b. Nous avons opéré ensuite sur des solutions de peroxyde de chlore dont la concentration était d'environ le 1/5 de celle correspondant à la saturation. Cette concentration n'a pas été maintenue constante (*fig.* 3). Suivant la température, nous avons obtenu deux types de courbes [chlorite].

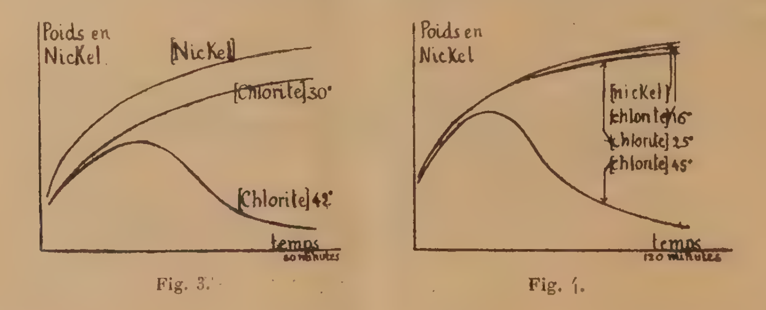


Fig. 3. Fig. 4.

La destruction du chlorite au profit du chlorate et du chlorure, qui apparaît à l'examen de ces courbes, peut s'expliquer en partie par l'action de la température, mais cette explication ne suffit pas.

Il a fallu reconnaître que le peroxyde de chlore bidistillé contenait encore un peu de chlore, dans la proportion de 1/2 %. Le chlore en solution dans l'eau détruit le chlorite par son acidité.

Nous avons purifié le peroxyde de chlore en aspirant sous un vide de 3^{mm} de mercure le chlore qui s'y trouve mélangé. A — 100°, les tensions de vapeur du peroxyde de chlore et du chlore sont respectivement $0^{mm},2$ et 10^{mm}, le peroxyde

de chlore est solide (F — 59°); en élevant lentement la température de — 120° à — 80°, et sous vide de 3mm, le chlore se sublime jusqu'à — 100° environ et bout ensuite. Les expériences effectuées par la suite nous ont montré qu'il est possible d'obtenir ainsi du peroxyde de chlore contenant moins de 0,1 % de chlore.

Les résulats avec le nickel ont été modifiés ainsi (*fig.* 4) :

	(°C.).	3min.	15min.	30min.	60min.	120min.
Rendement en chlorite......	16	100	100	100	100	98
	25	98	97	99	98	
	45	98	95	77	35	3,5

Enfin, sur l'expérience effectuée à 45°, nous avons établi que le chlorite se décompose, sous l'effet de la température, suivant l'équation :

$$3ClO_2^- \rightarrow 2ClO_3^- + Cl^-$$

En résumé, nous avons montré que, suivant les schémas décrits dans la précédente Note, l'action du peroxyde de chlore en solution aqueuse sur le nickel en poudre donne lieu uniquement à la formation de chlorite de nickel. Le chlorite de nickel se décompose assez rapidement, sous l'action de la chaleur, en chlorure et chlorate de nickel.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Déshydratation des acides β-hydroxypropanoïques aryle-disubstitués. Méthode de préparation d'indones.* Note (*) de MM. **Dimitre Ivanoff** et **Tchavdare Ivanoff**.

En essayant de préparer l'acide triphényl-2.3.3 acrylique par déshydratation de l'acide triphényl-2.3.3 hydroxy-3 propanoïque au moyen de l'acide sulfurique concentré, nous avons obtenu la diphényl-2.3 indone.

Il y a fort longtemps que l'acide sulfurique concentré a été utilisé pour la préparation d'indones à partir d'acides cinnamiques substitués ([1]). Plus tard, de Fazi a montré que les éthers-sels des acides alcoyle-2 hydroxy-3 propanoïques, traités par le même acide, se transforment en indones, avec des rendements très bas ([2]). De même, cet auteur a établi que l'acide (F 205-208°), obtenu en insolant un mélange de benzophénone et d'acide phénylacétique, acide que Paternò et lui-même ont considéré comme étant le triphényl-2.3.3 hydroxy-3 propanoïque, donne, sous l'action de l'acide sulfurique concentré, la diphényl-2.3 indone avec un rendement de 95 % ([3]). D'autre part, l'un de nous,

(*) Séance du 22 mars 1948.

([1]) Roser u. Haselhoff, *Lieb. Ann.*, **247**, 1888, p. 140; Stoermer u. Voht, *Ibid.*, **409**, 1915, p. 55; Weitz u. Scheffer, *Ber. d. chem. Ges.*, **54**, 1921, p. 2341.

([2]) *Chem. Ztrbl.*, II, 1915, p. 1102; I, 1916, p. 1147.

([3]) *Ibid.*, II, 1927, p. 1693.

avec A. Spassoff, a préparé à partir de benzophénone et de magnésyle-phénylacétate de sodium un acide qui fond à 186-187° [4]. Ces deux acides sont donc différents. Puisque le second acide, par la synthèse même et par le dédoublement alcalin qu'il subit [5], ne peut être autre que l'acide triphényl-2.3.3 hydroxy-3 propanoïque, il s'ensuit que le premier acide doit avoir une structure toute différente. Et comme l'acide triphényl-2.3.3 hydroxy-2 propanoïque a un point de fusion de 243-245°, il est probable que l'acide de Paternò et de de Fazi représente l'acide triphényl-2.3.3 acrylique (F 211-213°) impur.

Par conséquent, pour la préparation des indones au moyen d'acide sulfurique concentré, on a employé jusqu'à présent des acides cinnamiques et certains éthers-sels des acides β-hydroxypropanoïques, mais non ces acides eux-mêmes. Par la méthode que l'un de nous, avec des collaborateurs, a donnée pour la préparation des acides β-hydroxypropanoïques en partant directement d'hydrocarbures aromatiques chlorométhylés et de cétones, ces acides deviennent facilement accessibles. Cela nous a poussés à essayer leur transformation en indones.

Nos essais ont porté sur les acides suivants :

(I) $(C_6H_5)_2\,C(OH).CH(C_6H_5).COOH$,
(II) $(C_6H_5)_2\,C(OH).CH(C_6H_4Cl\text{-}m).COOH$,
(III) $(C_6H_5)_2\,C(OH).CH(C_6H_4.i\text{-}C_3H_7\text{-}p).COOH$,
(IV) $(p\text{-}CH_3.C_6H_4)_2\,C(OH).CH(C_6H_5).COOH$.

Le rendement des acides est de 50 à 80 %, mais il peut être amélioré si la quantité de la cétone employée est augmentée dans la proportion de 50 à 100 % sur la quantité théorique.

L'acide diphényl-3.3 *p*-isopropylphényl-2 hydroxy-3 propanoïque (III) n'est pas encore connu. Il se présente en cristaux incolores (F 185-186° corr.). L'analyse correspond à la formule $C_{24}H_{24}O_3$.

L'acide phényl-2 di-*p*-tolyl-3.3 hydroxy-3 propanoïque (IV), de même, n'est pas connu. Ses cristaux sont incolores et fondent à 183-184° corr. L'analyse concorde avec la formule $C_{23}H_{22}O_3$.

La transformation des acides hydroxypropanoïques en indones se fait en prenant par exemple, 1^g d'acide que l'on met dans un flacon à bouché à l'émeri, on y ajoute de 7 à 10^{cm^3} d'acide sulfurique concentré; le tout est agité pendant 5 minutes (pour l'acide II, pendant 25 minutes). Puis le contenu du flacon est versé peu à peu dans de l'eau froide, tout en agitant. Après quelques heures de repos, l'indone est séparée par filtration et purifiée par cristallisation. Puisqu'il reste un peu d'acide non transformé, afin de rendre la purification de l'indone facile, il est mieux, au lieu de filtrer, d'extraire d'abord à l'éther, de bien laver à l'eau la solution éthérée (les premières eaux de lavage ont une couleur rouge), puis d'extraire l'acide avec une solution de soude caustique à 2 %. La solution éthérée ainsi obtenue après évaporation, donne de l'indone presque pure.

---

(4) *Bull. Soc. Chim.*, 49, [4], 1931, p. 379.
(5) D. Ivanoff et J. Popoff, *Bull. Soc. Chim.*, 49, [4], 1931, p. 1548.

De cette façon ont été obtenues les 4 indones suivantes : 1° La diphényl-2.3 indone avec un rendement de 91 % ; 2° la *m*-chlorophényl-2 phényl-3 indone avec un rendement de 85,7 % ; 3° la *p*-isopropylphényl-2 phényl-3 indone avec un rendement de 85,5 % ; 4° la phényl-2 *p*-tolyl-3 méthyl-6 indone avec un rendement de 77,5 %.

Les indones (II) et (III) n'ont pas été préparées jusqu'ici. La *m*-chlorophényl-2 phényl-3 indone se présente en gros cristaux orangés (F 115-116° corr.). L'analyse concorde avec la formule $C_{21}H_{13}OCl$.

La *p*-isopropylphényl-2 phényl-3 indone est en cristaux de couleur rouge clair (F 103-104° corr.). L'analyse concorde avec la formule $C_{24}H_{20}O$.

Ainsi en déshydratant, au moyen d'acide sulfurique concentré, des acides hydroxypropanoïque aryle-substitués, préparés selon la méthode de l'un de nous et de A. Spassoff, on obtient des indones différemment substituées. Cette méthode de préparation des indones consiste donc en deux opérations : l'obtention des hydroxyacides (rendement de 60 à 90 %) et la déshydratation de ces acides en indones (rendement de 80 à 90 %).

L'inconvénient que présente cette méthode est la séparation des deux indones isomères, qui se forment à partir des hydroxyacides, contenant en β deux radicaux aryliques différents. Or nos essais, qui sont en marche, ont prouvé que les quantités des deux indones isomères obtenues, sont d'habitude très différentes et que leur séparation est donc facilement réalisable.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Séparation par chromatographie des isomères cyclaniques* cis *et* trans. *Cas des bornéol, isobornéol et des menthol, néomenthol.* Note de MM. **Gustave Vavon** et **Bernard Gastambide**, présentée par M. Marcel Delépine.

Nous donnons, dans cette Note, les premiers résultats d'une étude sur le rôle du facteur stérique en chromatographie, en particulier dans la séparation de cyclanols *cis* et *trans*.

On sait que certaines réactions, estérification des alcools, saponification des esters, formation et hydrolyse des phényluréthanes, sont plus difficiles pour les *cis* que pour les *trans*, et cela d'autant plus que l'encombrement au voisinage de la fonction est plus grand [1]. On pouvait donc se demander si le facteur stérique ne jouerait pas un rôle semblable dans l'adsorption et si, par suite, il n'y aurait pas possibilité de séparer les isomères *cis* et *trans* par chromatographie.

C'est ce que l'expérience a confirmé sur les deux couples menthol, néomenthol

---

[1] Voir un exposé d'ensemble sur la question : Grignard, *Traité de Chimie organique*, 2, p. 930.

et bornéol, isobornéol. La structure de ces alcools diffère en ce que OH est en *cis* par rapport à l'isopropyle dans le néomenthol (II), par rapport au *pont* dans l'isobornéol (IV) et en *trans* dans le menthol (I) et le bornéol (III).

Pour ces chromatographies, nous avons utilisé une alumine très adsorbante se classant entre les forces (I) et (II) de Brockmann [2]. Le mélange d'alcools, dissous dans l'éther de pétrole, traverse une colonne d'alumine assez volumineuse pour adsorber tout le mélange; ensuite, on élue d'abord avec l'éther de pétrole, puis le benzène ou le tétrachlorure de carbone, puis l'éther et enfin le chloroforme ou le méthanol, chaque solvant étant recueilli en plusieurs fractions.

Menthol + néomenthol. — Le mélange étudié a été fait avec du menthol naturel et un alcool riche en néomenthol provenant de l'hydrogénation de la menthone par le platine; ce mélange — 18° [3] contenait environ 54 % de menthol et 46 % de néomenthol, les pouvoirs rotatoires de ces deux isomères étant de — 52° et + 22°. Dans le tableau ci-dessous figurent les différentes fractions éluées : mélange 15^{g},1, alumine 400^{g}, longueur de la colonne 36^{cm}, diamètre 3^{cm},8.

Fraction.	Solvant (cm³).		Alcool élué (g).	[α].	Menthol. (%).
1............	Pétrole	1 100	0,8	+17,8	5,6
2............	»	3 400	1,2	+21,6	0,5
3............	Tétrachlorure	1 900	1,4	+21,4	0,8
4............	»	600	0,5	+19,4	3,5
5............	»	2 700	1,5	+15,6	8,6
6............	Éther	300	3,8	—33,4	75
7............	»	300	3,3	—50,0	97
8............	»	500	1,2	—51,8	99
9............	Chloroforme	1 400	0,5	—49,2	96

C'est donc bien le menthol, *isomère le moins encombré, qui est le plus fortement adsorbé*.

Bornéol + isobornéol. — Le mélange traité a été obtenu par action de l'oxygène sur le magnésien du chlorhydrate de pinène (pin maritime). Son pouvoir rotatoire était de — 3°,4; il contenait environ 53 % de bornéol et 47 % d'iso-

---

(2) Brockmann et Schodder, *Ber. der Chem. Ges.*, 74, 1941, p. 73.

(3) Tous les pouvoirs rotatoires donnés sont pris pour le jaune du mercure, dans l'alcool $c = 0{,}05$.

bornéol, si l'on admet pour ces alcools des pouvoirs rotatoires de $-34°$ et $+31°$ correspondant à une racémisation d'environ 10 % pour le pinène de départ.

Mélange employé 16^g, alumine 300^g, longueur de la colonne 35^{cm}, diamètre $3^{cm},3$.

Fraction.	Solvant.		Alcool élué.	[α].	Bornéol (%).
1.........	Pétrole	2306^{cm^3}	0,1	–	–
2.........	»	1000	3,3	+29,0	3
3.........	»	1800	1,2	+23	12
4.........	Benzène	500	2,2	— 2,4	51
5.........	»	1700	3,5	—16,0	72
6.........	»	1600	1,4	—26,6	88
7.........	Éther	700	1,8	—31,4	96
8.........	»	1500	0,8	—28,4	91
9.........	Méthanol	600	0,2	–	–

Ici encore c'est l'isomère *trans*, le bornéol, qui s'adsorbe le plus fortement.

Il y a donc, pour ces deux couples, parallélisme entre la réactivité et la force d'adsorption. D'autre part, des essais en cours sur les cétones ont montré que, pour le mélange acétophénone + pseudobutylphénylcétone, c'est cette dernière, plus encombrée, qui s'élue d'abord.

Le facteur stérique semble donc jouer un rôle important dans la chromatographie sur alumine.

GÉOGRAPHIE PHYSIQUE — *Sur la permanence des mouvements du Morvan.* Note (*) de Mme **J. Beaujeu-Garnier**, présentée par M. Emmanuel de Martonne.

Une étude détaillée du Morvan et de sa bordure sédimentaire amène à envisager la persistance du vieux massif, jamais entièrement fossilisé par une couverture sédimentaire et soumis à peu près sans interruption à des oscillations de plus ou moins grande amplitude.

1° *La permanence d'un dôme cristallin*, situé à peu près sur l'emplacement du Haut Morvan actuel, est attestée par l'épaisseur croissante des terrains quand on s'éloigne de la bordure du vieux massif, en particulier du Trias et du Lias Inférieur (Trias : $4^m,50$ à Pouilly : 14^m à Mémont : 66^m à Blaisy : — Rhétien : 1^m à Montigny-sur-Armançon : $4^m,45$ à Pouillenay : $11^m,90$ à Mâlain).

D'autre part, on constate, dans les couches jurassiques qui débordent sur les terres cristallines ou qui les entourent, la prédominance des faciès néritiques et la présence d'éléments arénacés, témoins du voisinage d'une portion émergée

(*) Séance du 5 avril 1948.

du vieux socle. Par ailleurs, il faut noter, comme A. Boit l'a reconnu, l'absence de tout élément résiduel à l'intérieur d'une courbe parabolique ouverte au Sud et englobant tout le Haut-Morvan.

2° *L'oscillation permanente* subie par le massif cristallin s'est traduite par de constants changements du niveau respectif des terres et des mers. Ces changements sont attestés par les variations des faciès des terrains (tantôt néritiques et tantôt bathyaux), depuis le Primaire (Frasnien) jusqu'à la fin du Crétacé. Ils ont vraisemblablement continué au Tertiaire comme l'indiquerait l'alternance du creusement et du remblaiement dans certaines vallées morvandelles (Cure à la sortie du massif; Ternin à partir de Lucenay-l'Évêque, etc.).

Les oscillations verticales du bloc morvandiau se sont accompagnées de légers balancements d'Ouest en Est, axés à peu près sur la vallée du Serein (notamment au Barthomien).

3° Si l'on met en rapport les résidus de terrains détritiques reconnus sur les plateaux secondaires en bordure du Morvan (lambeaux éocènes avec remaniements ultérieurs des plateaux entre Loire et Morvan, en particulier dans les bois de la Madeleine; cailloux et blocs roulés du remblaiement pliocène de la Terre Plaine, du Bassin d'Autun et du Bazois, etc.) avec les portions de surfaces d'aplanissement que l'on rencontre en divers points du Massif Cristallin (sommets aplanis du Morvan Central; dépressions séniles et replats de la région de Montsauche; pays plats de l'Est et du Nord, etc.), on arrive à reconnaître un certain nombre de phases correspondant aux paroxysmes de l'orogénie alpine. Après l'accentuation du pli de fond morvandiau à la fin du Crétacé (en liaison avec la première phase pré-alpine, entre le Maëstrichien et le Danien?), puis au milieu de l'Eocène (en rapport avec la phase provençale et pyrénéenne), le bloc trop tendu, à la fin de l'Oligocène et au début du Miocène, est brisé en horsts et en fossés par des failles essentiellement Nord-Sud (première phase alpine). A la fin du Pontien (deuxième phase alpine), un nouvel ébranlement de la région affecte essentiellement la partie sud-est du Massif; le Nord-Ouest lié à l'évolution du Bassin Parisien n'enregistre pas cette dernière déformation : ainsi, sur les bords du Bassin d'Autun, les niveaux miopontien et villafranchien (?) sont nettement séparés (100^{m} de différence d'altitude) tandis qu'un même niveau polygénique représente, sur les plateaux bourguignons, au nord de la Terre Plaine, les effets de l'érosion de la fin du Miocène jusqu'au début du Pliocène.

Cette évolution est en somme analogue à celle des massifs hercyniens de l'Allemagne occidentale et de la France septentrionale.

Elle est caractérisée essentiellement par la permanence d'une certaine altitude, et l'oscillation incessante du socle avec des mouvements paroxysmaux en rapport avec les grandes phases orogéniques.

GÉOGRAPHIE PHYSIQUE. — *Observations de morphologie et de tectonique sur le front nord-occidental de la Montagne Noire. La faille de la Sagne.* Note (*) de M. **Georges Baeckeroot**, présentée par M. Emmanuel de Martonne.

Le front élevé que le Massif cambrien de la Montagne Noire tourne vers le Nord-Ouest, au-dessus des régions de terrains tertiaires de la partie orientale du Bassin de l'Aquitaine, suggère à première vue une explication tectonique. Cependant la carte géologique au 1/80000 ne marque aucune faille.

Sur sa façade nord-occidentale, la Montagne Noire est longée par une dépression périphérique drainée par le Sor et ses affluents, et encadrée par les côteaux de Saint-Félix et de Puylaurens. Les terrains qui constituent cette « côte » (mollasses, calcaires durs et poudingues oligocènes) ne viennent cependant pas partout au contact immédiat avec les terrains anciens. Le petit causse éocène de Labruguière vient s'intercaler entre eux, au nord du Thoré. Plus loin, vers le Sud-Ouest, un affleurement de Calcaire de Castres ($e_{,c}$ de la carte), forme une bande allongée sur un peu moins de 4^{km}, de part et d'autre d'Escoussens; puis, on ne retrouve ce calcaire qu'à l'ouest de Sorèze, en placages sur les terrains anciens de la banquette de Saint-Ferréol.

L'affleurement de calcaire, à Escoussens, apparaît sur la carte géologique comme une étroite bande qui n'atteint que 500^m dans sa plus grande largeur. Elle est orientée exactement W-E, c'est-à-dire obliquement à la direction générale du front de la Montagne Noire, ce qui laisse déjà entrevoir un mode particulier de contact. Dans le paysage topographique cette bande se résout en buttes isolées par les ravins de la Bernassoubre et du Ruisseau du Perche.

D'Ouest en Est, ce sont : 1° La butte, que je désignerai sous le nom de la butte de la Sagne, du nom d'une métairie voisine. Sur le 1/80000 elle n'est pas cotée et est à peine indiquée; sur la minute au 1/40000 elle porte la cote 362; 2° la butte cotée 367; 3° la butte située immédiatement à l'est du village d'Escoussens, non cotée sur le 1/80000, cotée 348 sur le 1/40000.

Dans la présente Note ne seront données que les observations faites à la butte de la Sagne.

1° La métairie de la Sagne est adossée à un éperon de schistes cambriens dont la partie supérieure, parfaitement aplanie, est de niveau avec la butte 362, *la butte de la Sagne*, et dont il n'est séparé que par un étroit vallon. La partie inférieure de la butte est encore formée de schistes, tandis qu'à mi-côte affleurent des bancs de calcaire de Castres se présentant par la tranche, fortement inclinés (30° environ) vers le Nord-Ouest, et très ravinés. Cette disposition révèle l'existence d'une faille.

A la base des affleurements blancs on peut voir un banc de brèche à ciment

(*) Séance du 6 avril 1948.

calcaire dont les éléments sont représentés presque exclusivement par de petits fragments de schistes cambriens et quelques petits galets de quartz. Il s'agit donc bien de la *brèche de base du Calcaire éocène de Castres*. Cette observation permet de rectifier l'erreur de la carte géologique (f. de Castres) qui indique, dans le vallon de la Sagne, sous l'indice $e^{2-1}g$, et avec un pointillé rouge sur fond ocre, « des brèches et des conglomérats à éléments anciens peu roulés » comme « faciès côtier de la Mollasse [oligocène] du Castrais ».

La brèche de base du Calcaire de Castres est encore visible dans le chemin qui, du vallon de la Sagne, gravit la butte 367; et, plus à l'Est, sur le côté droit (Ouest) de la route encaissée qui longe le ruisseau d'Escoussens à son débouché de la Montagne Noire. La brèche est, là encore, nettement en contact anormal avec les schistes cambriens.

Ces trois affleurements exactement alignés permettent de tracer à l'ouest d'Escoussens, *la faille de la Sagne*.

2° La butte de la Sagne donne encore lieu à d'autres observations. L'epaisseur totale de l'affleurement de Calcaire de Castres n'y dépasse pas une dizaine de mètres. Étant donnée sa grande épaisseur visible au Causse de Labruguière (80ᵐ), il ne peut s'agir ici que des couches inférieures de la formation; les bancs supérieurs ont été enlevés par l'érosion qui a nivelé les buttes.

Or, on peut voir qu'à la partie supérieure les bancs calcaires de la Sagne sont entièrement silicifiés : on retrouve donc ici la *croûte siliceuse* dont la signification morphologique a déjà été montrée ailleurs [1].

Les calcaires éocènes n'affleurent pas jusqu'au sommet de la butte de la Sagne. Celle-ci est coiffée par une masse détritique où abondent des fragments de schistes cambriens non roulés. Il faut y voir, semble-t-il, des éboulis descendus des flancs du massif ancien avant que ne fussent creusés les vallons.

Enfin, il y a lieu de signaler dans le fond du vallon de la Sagne, reposant sur les schistes cambriens, comme aussi sur les flancs de la butte qui descendent vers le Nord jusqu'à la Métairie de la Madeleine, où il repose *sur* la mollasse oligocène, l'existence d'un abondant cailloutis de galets de toutes tailles (beaucoup sont très gros) et parfaitement arrondis, en grande majorité de quartz filoniens. Il faut y voir un *cailloutis transgressif* de remblaiement pliocène. La carte géologique qui figure, là encore, des formations littorales de la mollasse oligocène de Saïx et de Lautrec est erronée.

Conclusions. — Au pied de la Montagne Noire, dans la région située à l'ouest d'Escoussens :

1° La brèche à éléments schisteux et à ciment calcaire de la butte de la Sagne n'est pas à rapporter, ainsi que le font les auteurs de la feuille de Castres, à une formation littorale de la mollasse oligocène, mais à la base du Calcaire éocène de Castres.

---

(1) G. Baeckeroot *Oesling et Gutland* (Appendice), Paris, 1942.

2° Une faille de direction W-E met en contact anormal les schistes cambriens avec les couches de base du Calcaire de Castres (Éocène supérieur) basculées vers le Nord-Ouest.

3° On retrouve ici les dépôts superficiels caractéristiques qui permettront de paralléliser l'évolution morphologique de cette région avec celle d'autres régions déjà étudiées :

a. Une croûte siliceuse, formation continentale préoligocène.

b. Un cailloutis de remblaiement pliocène.

GÉOLOGIE. — *Application des équilibres métallurgiques au problème de l'atmosphère des planètes.* Note de M. **René Perrin** présentée par M. Albert Caquot.

La composition chimique de l'atmosphère, de l'écorce et du noyau métallique éventuel des planètes a été déterminée par un gigantesque équilibre : gaz, scories, métal, à haute température, avant que ne s'introduisent les résistances passives dues à la solidification et au refroidissement. Les connaissances acquises en de tels équilibres permettent certaines déductions.

J'en ai fait antérieurement l'application au cas de la Terre et ai conclu :

1° que la répartition des différents métaux entre le noyau et l'écorce avait été essentiellement conditionnée par leur affinité pour l'oxygène;

2° que le noyau actuel était, grâce aux dites résistances passives, en faux équilibre avec l'atmosphère, faute de quoi tout l'oxygène de l'air serait absorbé par une couche de un mètre du noyau.

A la réflexion, il n'y a aucune impossibilité à ce que, entre la couche silicatée et le noyau se soit interposée une couche de mattes, c'est-à-dire de sulfures métalliques ou de speiss, c'est-à-dire d'arséniures, à densité plus élevée que les oxydes ou une couche mixte sulfures-arséniures. Leur présence ou non dépend uniquement des proportions inconnues actuellement de soufre et d'arsenic qui existaient à l'origine. Il n'y a aucune impossibilité non plus à ce que des métaux lourds, tels que cuivre, plomb, argent, or, platine, etc., à faible affinité pour l'oxygène et peu miscibles avec le fer forment au centre de la Terre une couche séparée, ce qui expliquerait la densité voisine de 12,5 admise au centre du noyau. Les observations séismologiques, seul moyen d'investigation actuel, semblent en faveur de telles discontinuités.

Si, maintenant, nous envisageons l'application aux planètes en général, une remarque s'impose; la pression partielle d'oxygène libre en équilibre avec un laitier liquide vers 1500°, toujours basse, devient infiniment faible dès que ce laitier ne contient plus que de très faibles quantités de métaux lourds, de la famille du fer ou plus lourds encore. Mais le laitier lui-même ne peut contenir des quantités appréciables de tels métaux, que s'il ne reste dans le métal que des traces des éléments à haute affinité pour l'oxygène, comme aluminium, titane, silicium,

métaux alcalins et alcalinoterreux, tous métaux légers. En même temps que la pression partielle d'oxygène, les pressions d'oxyde de carbone et vapeur d'eau en équilibre diminuent parallèlement à l'abaissement de la teneur des laitiers en oxydes lourds.

Ces faits, sommairement résumés, montrent que l'atmosphère d'une planète ne peut contenir de l'oxygène libre en quantité appréciable que :

1° Si l'oxygène était initialement en excès par rapport à l'ensemble des éléments oxydables autres que les métaux nobles, hypothèse très improbable;

2° Ou si la densité de la planète est relativement élevée. Même dans ce dernier cas, il n'y a pas de certitude, car il faut encore que l'oxygène ait été en excès par rapport à l'ensemble des métaux légers; dans le cas de la Terre, avec le même oxygène, une proportion un peu plus élevée d'aluminium ou de calcium, qui n'eût pas changé sensiblement la densité, aurait conduit à l'absence pratique d'oxygène.

Au total, surtout si l'on tient compte, au surplus, de l'influence des proportions de carbone et d'hydrogène, qui tendent à fixer l'oxygène en oxyde de carbone, générateur d'acide carbonique au refroidissement, et en eau, l'existence d'une atmosphère à oxygène sensible n'est compatible qu'avec des proportions des différents corps dans la composition chimique d'ensemble d'une planète, qui ne constituent qu'une zone très restreinte des compositions possibles; elle est, en tout cas, incompatible avec une densité faible.

Ces conclusions me semblent en parfait accord avec les connaissances acquises par l'observation astronomique sur les planètes du système solaire. Mars, pour laquelle le cas a été le plus longtemps débattu, a une densité de 3,9, impliquant métaux lourds encore, mais en moindre quantité que sur la Terre. Les récentes observations sur cette planète ont indiqué : présence d'acide carbonique et d'eau en quantités très faibles, absence pratique d'oxygène. Il n'est point besoin, pour l'expliquer, de faire, comme Russel ou Wildt, l'hypothèse de sa fixation par le sol sous forme d'ozone. La Lune, plus légère, n'a ni oxygène, ni eau, etc.

De façon générale, la combinaison des observations astronomiques et des connaissances sur les équilibres chimiques peut apporter quelques lueurs sur la composition chimique des planètes.

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Excitation de la raie verte de l'oxygène au crépuscule.* Note de MM. **Jean Dufay** et **Maurice Dufay**, présentée par M. Jean Cabannes.

I. On admet généralement que la raie verte du ciel nocturne n'est pas renforcée pendant le crépuscule. Cependant on a pu la photographier alors avec des poses très courtes, et quelques mesures photométriques ont montré son

affaiblissement graduel (¹). Mais on pouvait encore se demander s'il s'agissait d'un phénomène régulier ou seulement d'une excitation fortuite, liée peut-être à quelque activité aurorale.

Pour en décider, nous avons photographié systématiquement le spectre du ciel crépusculaire vers l'Ouest, à 73° du zénith, pendant une quarantaine de belles soirées (avril à octobre 1947). On faisait, sur une même plaque, soit une série de poses de même durée, soit une série de poses dont la durée croissait en progression géométrique de raison R. Dans ce dernier cas, si la 3ᵉ pose par exemple donne de la raie une image moins dense que la seconde, on en conclut, d'après la loi de réciprocité, valable en première approximation, que l'intensité de la raie a diminué plus de R fois de la 2ᵉ à la 3ᵉ pose et l'on peut écrire $I_2 > R I_3$. Si au contraire l'image est plus dense sur la 3ᵉ pose que sur la 2ᵉ, il n'est pas certain que la raie se soit affaiblie, mais on a certainement $I_2 < R I_3$.

2. Sur 15 séries de poses de même durée, 2 seulement ont donné un résultat douteux (cliché sous-exposé ou défectueux). Les 13 autres ont montré un affaiblissement tout à fait net de la raie verte pour des dépressions solaires comprises entre 11 et 18°. Il ne s'agit d'ailleurs pas d'un effet photographique lié à la disparition progressive du spectre continu, car, en plusieurs occasions, l'intensité du spectre continu a augmenté au lieu de décroître, par suite du lever de la Lune, sans masquer l'affaiblissement de la raie.

Sur 26 séries de poses de durées décroissantes, 7 ont donné une limite inférieure et 19 une limite supérieure de renforcement crépusculaire. *De l'ensemble de nos observations, il résulte que, pour des dépressions solaires comprises entre* 12 *et* 16°, *l'intensité* moyenne *de la raie* 5577 Å *est environ deux fois plus grande qu'au début de la nuit*. On constaterait certainement une variation plus importante en faisant des poses plus courtes (²).

3. Il peut sembler surprenant que ce phénomène quotidien ait échappé à d'autres observateurs. En fait, chaque fois que les mesures d'Elvey et Miss Farnsworth (³) ont été étendues au crépuscule du soir *ou du matin*, le phénomène apparaît clairement sur leurs graphiques de variation de la raie verte (distance zénithale, 70°). Leurs mesures à 5° de l'horizon ont été commencées trop tard et terminées trop tôt pour qu'il se manifeste. Contrairement à ce qui a lieu pour les raies rouges, l'évolution de la raie verte est pratiquement terminée avant la fin du crépuscule astronomique (⁴).

(¹) J. Dufay et J. Gauzit, *Conférence internationale sur les Relations entre les phénomènes solaires et géophysiques*, Lyon, septembre 1947; L. Végard et M. Nicolet, *Remarques sur la communication précédente* [*Annales de Géophysique* (sous presse)].

(²) Avec le spectrographe et les plaques utilisées dans ce travail, les poses étaient de l'ordre de 15 à 20 minutes, au lieu de 2 et 5 dans les observations de J. Dufay et J. Gauzit.

(³) *Astrophysical Journal*, **96**, 1942, p. 451.

(⁴) J. Dufay et Tcheng Mao Lin, *Annales de Géophysique*, **2**, 1946, p. 189.

4. Bien que la probabilité d'absorption soit extrêmement faible pour des transitions interdites, l'excitation crépusculaire de la raie 5577 Å semble pouvoir être attribuée à un phénomène de fluorescence. L'absorption de la radiation solaire 2972 Å conduit l'atome d'oxygène du niveau normal $^3P_1$ au niveau $^1S_0$ (environ 5.10^{-11} transition par atome et par seconde). De là, la transition spontanée de beaucoup la plus probable ramène l'atome au niveau $^1D_2$ avec émission de la raie 5577 Å. Comme il y a environ 6.10^{18} atomes d'oxygène par centimètre carré au-dessus de 100^{km} d'altitude dans la direction visée ($\zeta = 73^\circ$), on attend, pour la raie verte, un nombre de transitions voisin de $3.10^8 sec^{-1} cm^{-2}$. *C'est tout à fait l'ordre de grandeur résultant de nos observations*, puisque l'intensité moyenne de la raie verte pendant la nuit correspond à 2.10^8 transitions par seconde et par centimètre carré ([5]).

5. Un calcul simple montre d'autre part que l'intensité globale des raies 6300-6364 Å ($^3P_{2,1} - {}^1D_2$), excitées par résonance optique, doit être 36 fois celle de la raie 5579 Å excitée par le mécanisme précédent [Nicolet ([1])]. Mais la désexcitation par chocs réduit particulièrement l'intensité des raies rouges, par suite de la durée de vie du niveau $^1D_2$ ($\sim$ 100 sec.), beaucoup plus longue que celle du niveau $^1S_0$ ($\sim$ 0,4 sec.). Le calcul donne ainsi une limite supérieure du rapport des intensités des raies rouges et verte qui paraît compatible avec les observations.

L'exaltation considérable des raies rouges au crépuscule serait donc due essentiellement ([6]) à la résonance optique, comme Cabannes et Garrigue l'ont suggéré dès 1936 ([7]). La dissociation photochimique des molécules O_2 sous l'action de l'ultraviolet solaire ($\lambda < 1750$ Å), qui donne autant d'atomes métastables $^1D_2$ que d'atomes normaux ^3P (Götz, Chapman), ne peut d'ailleurs être vraiment efficace à très haute altitude, vu la rareté des molécules d'oxygène.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur les tropismes du* Psilotum triquetrum. Note de M. **Robert Douin**, présentée par M. Roger Heim.

On connaît les caractères particuliers du *Psilotum triquetrum*, Ptéridophyte sans racines, dont le rhizome rameux, couvert de rhizoïdes, produit des tiges aériennes vertes, à ramifications dichotomes, à feuilles réduites à des écailles.

En étudiant l'orientation de croissance de ces tiges sous l'action des facteurs extérieurs, nous avons pu mettre en évidence un caractère physiologique qui n'a encore été signalé chez aucune plante vasculaire. Nos observations et nos expériences ont porté pendant deux ans sur une plante cultivée dans une caisse à claire-voie suspendue à proximité du vitrage de la serre. La potée avait

([5]) Lord Rayleigh, *Proceedings Royal Society London*, A, **129**, 1930, p. 458.

([6]) La dissymétrie, observée par Elvey et Farnsworth entre les crépuscules du soir et du matin, suggère l'existence d'effets secondaires.

([7]) *Comptes rendus*, **233**, 1936, p. 484.

attiré notre attention par l'émission de pousses rectilignes parmi lesquelles certaines à direction horizontale étaient sorties sur les côtés de la caisse, tandis que d'autres, nées en dessus ou en dessous, avaient pris une direction verticale dressée ou au contraire renversée. Les tiges horizontales, après s'être accrues jusqu'à atteindre parfois 50^{mm} de longueur, se courbaient pour prendre la direction verticale dressée. Les pousses verticales continuaient à s'accroître dans leur direction primitive.

Nous avons alors cherché à déterminer dans quelle mesure les facteurs lumière et pesanteur pouvaient être responsables de ces orientations de croissance et à séparer leur action, celle des facteurs température et humidité étant négligeables en raison de leur caractère diffus.

Nous avons suivi pendant 31 jours la croissance d'une pousse verticale à direction renversée : elle mesurait au début de l'observation 20^{mm}, à la fin 68^{mm} et était encore rectiligne. Deux autres pousses verticales croissant aussi vers le sol ont été régulièrement observées pendant plus de deux mois : l'une, née au milieu de la caisse, atteignit 85^{mm} tout en restant rectiligne, tandis que l'autre, plus longue de quelques millimètres, sortie près du bord de la caisse, manifestait déjà une légère tendance à se courber pour se redresser.

La pousse de 85^{mm} fut alors mise à l'obscurité au moyen d'un dispositif approprié. En cinq semaines elle s'allongea de 22^{mm} tout en restant rectiligne, tandis que l'autre pousse laissée à la lumière accentuait sa courbure de redressement. Mise de nouveau à la lumière, la première pousse se courba à son tour vers le haut.

Il résulte de ces faits que les tiges du *Psilotum* sont phototropiques positives, mais ne présentent pas le géotropisme négatif habituel des tiges. Nous nous sommes alors demandé, connaissant leur structure, s'il ne pouvait pas s'agir, dans le cas des pousses verticales croissant vers le sol, du géotropisme positif caractéristique des racines.

Nous avons alors expérimenté dans les conditions suivantes : la potée fut tournée de 90° de manière à amener en position horizontale des pousses verticales en pleine croissance. L'une d'entre elles, longue de 70^{mm}, fut aussitôt mise à l'obscurité; au bout de 14 jours, elle avait atteint 88^{mm} et continuait à croître horizontalement. Deux autres pousses, l'une simple, l'autre déjà fourchue, mesurant environ 80^{mm}, furent laissées à la lumière; elles se courbèrent progressivement pour se diriger vers le toit de la serre, mais la courbure de la pousse fourchue fut moins rapide.

Nous pouvons donc affirmer que les tiges du *Psilotum triquetrum* n'ont aucune réaction géotropique positive ou négative. Cette *absence de sensibilité géotropique* est sans doute un cas unique dans les plantes vasculaires actuelles, et il nous paraît logique de supposer que les Psilophytales présentaient ce même caractère. C'est le facteur lumière seul qui régit la direction prise par les tiges du *Psilotum* au cours de leur développement. Leur croissance en posi-

tion horizontale ou en position verticale renversée se poursuit jusqu'à ce que la différence entre les quantités de lumière reçues par les faces opposées de ces tiges soit suffisante pour déclencher une réaction de courbure; l'observation montre d'ailleurs que la sensibilité des jeunes pousses à ce facteur va en décroissant assez rapidement à mesure qu'elles s'allongent jusqu'à devenir nulle à partir de la troisième bifurcation.

Nous croyons que l'agéotropisme du *Psilotum* est en relation directe avec l'absence de racines, et nous poursuivons des recherches en vue d'en apporter la preuve expérimentale.

MYCOLOGIE. — *Le rôle des Actinomyces cellulolytiques dans les altérations des toiles de lin et de chanvre utilisées au cours de la fabrication des caséines.* Note de MM. **Auguste Sartory, René Sartory** et **Jacques Meyer**.

Au cours de l'isolement de champignons inférieurs à la surface de fibres textiles de lin et de chanvre provenant de sacs et de filtres utilisés au cours de la fabrication et du transport de caséines de fromageries, nous avons été amenés à identifier trois *Mycoderma*, une *Torula*, un *Saccharomyces*, un *Penicillium* et enfin un *Actinomyces* associé à un *Mycoderma*.

Après de nombreux essais sur l'action cellulolytique de ces germes, on a pu constater que l'*Actinomyces* jouait un rôle important dans la dégradation et la destruction des fibres envisagées.

Sans être un anaérobie strict, il s'accommode mieux d'une dose faible d'oxygène; aussi le *Mycoderma* paraît-il avoir une influence heureuse sur son développement en absorbant la plus grande partie de l'oxygène.

L'examen microscopique nous donne les caractères suivants : en culture mixte, l'*Actinomyces* présente un aspect caractéristique voisin de celui du *Bacille de Löffler* : éléments fractionnés en bâtonnets (7 à 55^{μ} sur $0^{\mu},6$ à 1^{μ}).

En culture pure sur milieux solides, mêmes aspects avec des formes spiralées; en milieu liquide, on observe des formes longues, flexueuses; les filaments atteignent une longueur de 60 à 500^{μ}.

Dans les cultures âgées, l'organisme montre des éléments plus courts et en majeure partie sporulés, simulant de petites chaînettes de Streptocoques, formes arthrosporées (1 à 2^{μ}, 2 sur 0^{μ}, 8 à $1^{\mu},2$). Les cultures anciennes ne contiennent guère que des spores. L'organisme reste coloré par la méthode de *Gram*.

Caractère des cultures. — En culture mixte, le thalle est efflorescent, à surface plissée et structure rayonnante.

En *culture pure anaérobie*, l'organisme pousse fort bien sur *jus de pomme de terre géloséglycériné;* en *bouillon*, il forme des flocons. La *gélatine* et la *gélose sont liquéfiées*.

Le *lait* ne subit pas la coagulation, mais le lactose est attaqué avec fort dégagement gazeux. Il donne des cultures luxuriantes sur sérum coagulé qui est liquéfié (protéinase). La culture se manifeste par l'apparition d'un enduit crémeux légèrement coloré avec une pigmentation fortement ambrée du milieu (exopigment, tyrosinase). La gélose est un excellent milieu; au contraire, le *Czapek* gélosé se montre peu satisfaisant.

Nous avons obtenu les meilleurs résultats au moyen du *milieu de Khouvine*, modifié gélosé. On remplace l'extrait fécal par du sérum de lait débarrassé de la plus grande

partie de ses albumines restantes par étuvage à 115° pendant 20 minutes. Les cultures exhalent une odeur de terre prononcée.

Essais d'attaque de la cellulose. — Nous avons utilisé tout d'abord le milieu de *Mütterlein* et celui de *Czapek* qui se sont montrés tous deux peu favorables à la culture de notre organisme : aussi nous sommes-nous adressés par la suite au milieu de *Khouvine* modifié.

Avant introduction dans les milieux, la cellulose a été desséchée à 100° et pesée exactement après refroidissement au dessiccateur.

Après l'attaque réalisée à 30° en symbiose aérobie avec le *Mycoderma*, le voile est éliminé, la cellulose jetée sur un filre d'*Iena* est lavée au moyen de soude au 1/10e, puis à l'acide chlorhydrique au 1/10e, et enfin à l'eau distillée. Acide et base à froid et à cette concentration n'attaquent pas la cellulose. La soude débarrasse des traces de milieu encore adhérant à la cellulose, et l'acide neutralise et décompose le carbonate de calcium. On porte enfin à l'étuve à 100°, et l'on pèse après refroidissement au dessiccateur.

En ce qui concerne les cultures anaérobies pures, nous avons jeté sur le filtre cellulose et milieu réchauffé. Après lavage à l'eau chaude pour éliminer les dernières traces de milieu, puis à l'acide pour détruire le carbonate de calcium, nous avons porté à l'étuve à 100° et pesé à poids constant.

Nous exprimons dans le tableau suivant les moyennes des résultats obtenus.

Symbiose Mycoderma-Actinomyces.

Nature de la cellulose.	Cellulose détruite (%).	Temps de culture
Papier-filtre	3,5	40 jours
»	3,8	45 »
Chanvre................	7,20	62 »
»	9	69 »
Lin....................	7,50	62 »
»	12,50	69 »

Culture pure anaérobie de l'Actinomyces.

Nature de la cellulose.	Cellulose détruite (%).	Temps de culture.
Papier-filtre	7,75	40 jours
»	8,12	45 »
Chanvre................	16,54	62 »
»	18,24	69 »
Lin....................	15,17	62 »
»	18,94	69 »

Ces tableaux nous montrent le pouvoir cellulolytique de *Actinomyces* isolé des fibres attaquées. Dans le cas qui nous occupe, nous nous croyons en droit de conclure qu'il est responsable de l'attaque des fils de chanvre et des baches au contact des caillés et caillebottés.

Seules une grande propreté et une hygiène rigoureuse au cours de la récolte du lait et des manipulations nécessitées par la fabrication de la caséine mettront à l'abri des contaminations et éviteront la destruction des fibres cellulosiques utilisées et la liquéfaction de la caséine.

MYCOLOGIE. — *Deuxième Note préliminaire sur la sexualité et sur les caractères du mycélium de quelques Homobasidiomycètes.* Note de M. **Yen Hsun Chu**, présentée par M. Joseph Magrou.

Du printemps 1947 à la fin de l'hiver 1948, M. Romagnesi, de Paris, et M. Josserand, de Lyon, ont continué de nous faire don de leurs sporées, tandis que M. le Professeur Kühner déterminait inlassablement toutes les espèces que nous avons récoltées ensemble. Voici quelques résultats de nos recherches sur diverses espèces dont les spores ont germé sur le milieu de Hagem.

Stereum spadiceum : bipolaire. Haplonte à articles très cœnocytiques sans oïdies. Mycélium aérien très abondant, blanc et soyeux.

Panellus (*Pleurotus*) *mitis* : tétrapolaire. Haplonte à articles cœnocytiques dont les terminaux possèdent jusqu'à une dizaine de noyaux. De nombreuses arborescences dont certaines sont à hyphes deux à trois fois plus fines que les filaments ordinaires. Sans oïdies.

Collybia dryophila : tétrapolaire. *C. myosurus* : hétérothalle. Leurs haplontes sont tous à articles uninucléés sans oïdies. *C. tenacella* : tétrapolaire. Polarité déterminée caryologiquement. C'est la première fois qu'a été déterminée la polarité sexuelle d'une espèce dont le mycélium secondaire est entièrement dépourvu d'anses d'anastomose. Haplonte à articles régulièrement uninucléés, sans oïdies. Chez les diplontes, certains dicaryons présentent des mitoses qui ne sont pas exactement synchrones.

Mycena rubromarginata : le nombre des noyaux de la spore varie de 1 à 4, souvent 3. La plupart des mycéliums monospermes sont binucléés et à anses d'anastomose; 1/3 environ des germinations donnent des haplontes à articles uninucléés, sans oïdies. Croisés entre eux, ces haplontes nous ont fourni un tableau de tétrapolarité régulière. *M. zephyrus* : tétrapolaire. Haplonte à articles uninucléés, sans oïdies. Jeunes mycéliums primaire et secondaire présentant une teinte azurée, à peine perceptible, après la germination des spores ou après les premiers repiquages. Nombreuses arborescences comme chez presque toutes les Mycènes.

Clitocybe radicellata (*Collybia rhizophora*) : hétérothalle. Haplonte à articles uninucléés, sans oïdies. Une sporée récoltée fin mars donne des cultures polyspermes munies d'abondantes anses d'anastomose. Mais les confrontations successives de dix cultures monospermes en fin avril et de dix autres au début de juillet n'ont abouti à aucune formation de mycélium secondaire. Est-ce parce que les haplontes du même sexe ou de sexes incompatibles ont seuls germé ? C'est peu probable, puisque notre sporée a bien germé en semis clair en vue d'isolements monospermes et que nous avons facilement obtenu une quarantaine d'haplontes sans avoir fait aucun choix parmi les germinations. Ou bien est-ce la chaleur (plus de + 30° en mai,

+ 40° en fin juillet) qui a empêché la copulation des haplontes ? Cela est à supposer, car cette espèce qui ne fructifie que pendant une très courte période de l'année (fin de l'hiver-début du printemps), doit être particulièrement susceptible au point de vue de la température.

H. Romagnesi (in litt.) distingue dans le groupe de *Agrocybe* (*Pholiota*) *præcox* : *A. præcox*, champignon peu ou non amer et *A. sphaleromorpha*, champignon souvent plus grêle, à chapeau plus coloré, assez brusquement aminci au bord qui est subhygrophane, à goût très amer. Les deux champignons sont hétérothalles à boucles. Leurs haplontes sans oïdies sont parfaitement interfertiles, de sorte qu'on peut se demander s'il ne s'agit pas simplement de deux formes d'une même espèce, conformément à la loi de Vandendries [1] : « Si les mycéliums haploïdes monosporiques, provenant de sporées étrangères l'une à l'autre, sont interfertiles entre eux, ces spores proviennent de carpophores appartenant à la même espèce ». Il serait intéressant de rechercher si les *A. præcox* et *sphaleromorpha* ont la même polarité sexuelle; nous avons malheureusement négligé de déterminer cette polarité croyant qu'elle l'avait été pour *A. præcox* et nous souvenant que Quintanilha [2] avait déjà indiqué la bipolarité de *A. sphaleromorpha*. Or l'espèce étudiée sous ce nom par Quintanilha est en réalité *A. paludosa* selon Romagnesi, et Kniep [3], qui a étudié *A. præcox*, a seulement signalé son hétérothallie.

Flammula conissans (leg. Romagnesi) : hétérothalle. Haplonte cœnocytique à plusieurs dizaines de noyaux dans les articles terminaux. Oïdiophores ramifiés produisent de grandes oïdies en chaînes courtes. Gros *allocystes* ovoïdes, souvent en chapelets, rappelant ceux de *F. gummosa* dont M. Kühner a fait une étude détaillée [4].

[1] *Bull. Mens. de la Soc. Linn. de Lyon*, n° 7, sept. 1933.
[2] *Revue de Mycologie*, 6, avril 1941, p. 15.
[3] *Die Sexualität der niederen Pflanzen*, 1928.
[4] *Rev. de Mycologie*, 11, 1946, p. 3.

MYCOLOGIE. — *L'immersion mycélienne dans les milieux de culture solides. Sa signification physiologique*. Note de Mme **Janine Méry** et M. **Philippe-Jacques Luteraan**, présentée par M. Roger Heim.

Le mycélium de certaines Gymnoascées prend le type immergé. Langeron [1] a, le premier, observé ce caractère sur *Trichophyton Milochevitchi* : les colonies se développent surtout en profondeur et sont constituées par des rayons mycéliens immergés. Ce caractère peut être provoqué expérimentalement : *Ctenomyces persicolor* donne de grandes colonies normalement pigmentées sur milieu de Sabouraud ramené à 2 % de glucose [2]; sur milieu de Czapek-Dox

[1] Langeron et Baeza, *Ann. de parasit.*, 14, 1936, p. 398.
[2] Langeron et Milochevitch, *Ann. de parasit.*, 7, 1930, p. 465.

ses colonies sont immergées et incolores, même si l'on y remplace le saccharose par le glucose ([3]).

D'autre part, les facteurs suivants, de même qu'une oxygénation intense ([4]), ([5]), favorisent la synthèse de corps très réduits, voire autoxydables, tels les lipides; ce sont : 1° une déficience relative du milieu en azote ([6]), ([7]), ([8]); 2° l'augmentation de la concentration en glucides ([9]) et de la pression osmotique ([5]); 3° la déshydratation ([10]); 4° l'utilisation, à équivalence azotée, de la leucine, de la tyrosine ([8]) qui, comme le tryptophane, favorisent la respiration des levures ([11]); 5° les nitrates ([12]), ([13]); 6° le glycérol ([14]), ([15]), ([16]).

Nous procédons ainsi : on ensemence en un point une série de milieux gélosés (gélose brute contenant des traces d'azote) :

1re *série* : saccharose 2 % ; saccharose 7,5 % ; peptone 1 % et saccharose 2 % (milieu équilibré) ([2]), ([17]); peptone 1 % et saccharose 7,5 %.

2e *série* : nitrate de potassium 1 % et saccharose 2 % ; nitrate de potassium 1 % et saccharose 10 % ([18]). Réalisation analogue avec le nitrate d'ammonium.

3e *série* : peptone 1 % et glycérol 2 % ; nitrate d'ammonium 1 % et glycérol 2 %.

Les résultats suivants ont été obtenus avec des Gymnoascées, des Aspergillacées, des Dématiées, etc. :

1° L'immersion mycélienne est provoquée par une déficience du milieu en azote, par l'emploi de nitrates ou du glycérol;

2° Elle s'accompagne de la production de zonations ([19]) favorisée par les mêmes facteurs;

3° Il y a inhibition de la production de pigments diffusibles, dont l'une des causes de production est le brusque passage d'un mycélium aérien en anaérobiose ([5]);

([3]) PATIALA, *Ann. de parasit.*, 22, 1947 (sous presse).
([4]) SMEDLEY MAC LEAN et HOFFERT, *Bioch. J.*, 17, 1923, p. 720.
([5]) LUTERAAN, *Ann. de parasit.*, 23, 1948 (sous presse).
([6]) SCHOPFER, *C. R. Soc. biol.*, 128, 1935, p. 3.
([7]) HEIDE, *Archiv f. Mikrob.*, 10, 1939, p. 135.
([8]) RAAF, *Archiv f. Mikrob.*, 12, 1941, p. 132.
([9]) TERROINE et BONNET, *Bull. Soc. Ch. biol.*, 9, 1927, p. 588.
([10]) HALDEN, *Zeits. f. physiol. Ch.*, 225, 1934, p. 249.
([11]) BERAUD, *C. R. Soc. Biol.*, 131, 1938, p. 708.
([12]) MOLLIARD, *Comptes rendus*, 163, 1916, p. 570.
([13]) JACQUOT et RAVEUX, *Comptes rendus*, 216, 1943, p. 318.
([14]) INGRAHAM et STEENBOCK, *Bioch. J.*, 29, 1935, p. 2553.
([15]) FROMAGEOT et TCHANG, *Archiv f. Mikrob.*, 9, 1938, p. 434.
([16]) LUTERAAN et CHOAY, *Ann de parasit.*, 22, 1947, p. 89.
([17]) WESTERDIJK, ANT. VAN LEEUW, 12, 1947, p. 223.
([18]) JACQUOT, *C. R. Soc. biol.*, 128, 1935, p. 3.
([19]) LUTERAAN, *Ann. de parasit.*, 21, 1946, p. 356.

4° La formation, toujours aérobie ([20]), des pigments de membrane et leur abondance sont en général diminuées. Cependant, la formation du pigment fuligineux des Dématiées, souvent hâtée par le déséquilibre azoté et la déshydratation, peut s'étendre en profondeur. Par contre, la formation de carotènes favorisée par la concentration excessive en glucides, l'emploi du nitrate d'ammonium ([6]), du glycérol ([14]), ([15]), ([16]) ne s'étend jamais en profondeur.

De ces expériences, nous pouvons tirer les conclusions suivantes :

1° L'immersion mycélienne, fréquente chez les Gymnoascées, l'aspect de zonations habituel chez les Aspergillacées, l'inhibition de la production de pigments diffusibles fréquente chez les Aspergillacées et les *Fusarium* peuvent être provoqués expérimentalement chez divers champignons filamenteux;

2° Certaines circonstances provoquant l'immersion mycélienne sont celles aussi qui favorisent la lipogénèse et parfois la production de carotènes; on a établi le rôle de la lipogénèse dans la respiration cellulaire ([5]); d'autre part, l'inhibition de la production de pigments diffusibles, l'extension en profondeur du pigment de membrane fuligineux des Dématiées montrent que les conditions expérimentales de milieu et de culture tendent à élever exagérément le potentiel d'oxydo-réduction cellulaire. Or, cette élévation excessive de ce potentiel favorise, au détriment de la protéogénèse, la synthèse de corps très réduits, voire autoxydables ([7]), ([8]), ([5]). L'immersion mycélienne observée en culture sur milieu solide est donc la traduction morphologique de la réaction de l'organisme fongique contre les circonstances de milieu et de culture qui tendent à élever de façon exagérée le potentiel d'oxydo-réduction cellulaire.

ANATOMIE. — *Sur l'existence de racines ventrales, croisées, nées d'un ganglion intramédullaire, et présumées sensitives, chez les têtards d'Amphibiens Anoures.* Note (*) de M. **Dimitri Bogoraze**, transmise par M. Paul Wintrebert.

Retzius (1891), Heimans et O. Van der Stricht (1898) ont montré que l'*Amphioxus* ne possède pas de ganglions sensitifs et que les neurones sensitifs siègent à l'intérieur de la moelle. Chez l'Ammocète, il y a deux centres sensitifs : 1° les ganglions spinaux; 2° les cellules sensitives primitives intramédullaires, que Freud (1878) a découvertes et que Cajal considère comme des neurones ganglionnaires. D'autre part, Lenhossek ([1]) (1886) chez *Rana*, puis Wintrebert ([2]) (1906), tant chez les larves d'Urodèles (*Salamandra*,

---

([20]) Luteraan, *Ann. de parasit.*, 22, 1947, p. 110.

(*) Séance du 8 mars 1948.

([1]) *Arch. f. mikr. Anat.*, 26, 1886, p. 370-453.

([2]) *C. R. Soc. Biol.*, 60, 1906, p. 214 et 216; *Comptes rendus*, 147, 1908, p. 348.

Axolotl) que chez les têtards d'Anoures (*Rana*, *Alytes*) ont signalé le passage des racines motrices parfois doubles, à travers les ganglions spinaux.

J'ai cherché, chez les têtards d'*Alytes* et de *Rana*, par les méthodes d'imprégnation argentique de Cajal, à suivre le trajet des fibres nerveuses transganglionnaires, à déceler leur origine et leur terminaison et à connaître ainsi la cause de ce dispositif anatomique. Le résultat obtenu ne cadre pas avec les données classiques : la racine ventrale semble mixte, à la fois motrice et sensitive; les fibres présumées sensitives se groupent dans la racine en un faisceau interne, se croisent dans le sillon ventral avec le faisceau semblable venu du côté opposé, montent dans la moelle et se rendent à un groupe latéral de cellules constituant un véritable ganglion sensitif intramédullaire.

Les cellules de ce noyau ganglionnaire sont très volumineuses; elles siègent dans la région abdominale, au niveau des cinquième, sixième et septième métamères, au nombre d'une douzaine de chaque côté, à la limite de la substance blanche. Elles sont disposées dans un plan horizontal et frontal, légèrement oblique en haut si l'on examine la moelle d'avant en arrière. Leur corps, qui a l'aspect d'un fuseau très allongé, placé un peu au-dessus de l'axe de la moelle, est traversé par un faisceau de fibrilles qui se continuent dans deux prolongements. Un grand noyau ovalaire, dont le grand axe est parallèle à celui de la cellule et qui est pourvu d'un gros nucléole central, occupe le milieu du protoplasme libre de toute fibrille et le fait saillir au dehors vers la substance blanche. Les deux prolongements sont volumineux; leur épaisseur contraste avec la finesse des fibres nerveuses voisines. Le prolongement dorsal est dendritique; après un trajet assez long, il pénètre dans la substance blanche du cordon dorsal et se divise en un bouquet de fibres qui se dirigent vers la périphérie de la moelle, entre la racine dorsale et le sillon postérieur. Le prolongement ventral, axonique, est encore plus volumineux; myélinisé dès sa naissance, il croise, après un long trajet, les axones en formation des cellules motrices les plus hautes de la moelle abdominale du même côté, puis passe, entre le sillon antérieur et le canal de l'épendyme, de l'autre côté de la moelle, en formant une commissure de grosses fibres nerveuses.

Les axones émettent chacun, avant le croisement, un filet nerveux qui se perd dans le cordon ventral (cordon pyramidal direct), puis, décrivant une courbe à concavité inférieure, passent la ligne médiane au-dessus du sillon ventral et pénètrent dans le cordon ventral du côté opposé; à ce niveau, ils se joignent aux axones des neurones de la colonne motrice qui donnera plus loin le centre moteur de la queue. Ils sortent donc de la moelle avec les racines ventrales des nerfs moteurs, en dedans desquels ils sont situés. Après un trajet extraduremérien de 3 métamères environ, chaque racine croisée, présumée sensitive, accolée à la racine motrice, aborde le ganglion spinal correspondant en une pluie de filets nerveux myélinisés qui le traversent, sans qu'aucun d'eux ne s'articule à l'un de ses neurones ganglionnaires. Les axones des neu-

rones présumés sensitifs contribuent à former les nerfs mixtes de la queue. Leur terminaison exacte est à l'étude. Les neurones disparaissent au cours du remaniement que subit la moelle dans la métamorphose.

La voie présumée sensitive médullaire, croisée, porte, sans doute, aux cellules motrices du côté opposé, l'excitation reçue de la contraction des myotomes où elle se termine et provoque ainsi, de manière réflexe, l'ondulation bilatérale du corps dans le mouvement de nage.

L'existence de cette voie présumée sensitive, croisée, accolée à la racine motrice, peut expliquer l'attitude singulière d'hyperextension des membres antérieurs au repos, signalée récemment chez les *Amphibiens Urodèles* par P. Weiss (1936) ([3]), et Detvillers (1947) ([4]), après la section des racines sensitives dorsales.

ZOOLOGIE. — *Sur le dimorphisme sexuel des espèces du genre* Langaha (*Ophidiens*). Note de M. **Jean Guibé**, présentée par M. Louis Fage.

Les recherches consacrées jusqu'alors à l'étude du dimorphisme sexuel chez les Ophidiens ont montré que les différences entre les sexes sont en général peu apparentes et ne permettent pas le plus souvent de distinguer d'emblée avec certitude les mâles des femelles. Ces différences portent sur la longueur comparée du corps et de la queue, sur le nombre des écailles ventrales et sous-caudales, sur l'existence de crêtes ou de tubercules en certains points du corps, plus rarement sur la coloration. Dans ces conditions, en vue d'avoir une certitude quand au sexe des individus, il est indispensable d'avoir recours à la dissection en vue de rechercher la présence ou l'absence des hémipénis.

Il n'en est pas de même chez les représentants du genre malgache *Langaha*. Celui-ci renferme un certain nombre de formes qui sont caractérisées par la présence à l'extrémité du museau d'un appendice rostral écailleux dont la longueur égale presque celle de la tête et dont les différences morphologiques ont été jusqu'à présent utilisées en vue de différencier les espèces les unes des autres. Parmi celles-ci *L. alluaudi* Mocq. se distingue par un ensemble de caractères particuliers : écailles supra-oculaires divisées, une seule loréale, absence de préfrontales individualisées, présence d'une corne sus-oculaire constituée par l'allongement d'une ou de deux écailles sus-orbitaires. L'appendice rostral de cette espèce est large, en forme de feuille profondément dentée sur les bords et reployée de manière à constituer une gouttière renversée. Tous les exemplaires connus jusqu'alors sont des femelles. Au cours de l'étude d'une collection de Serpents de Madagascar, j'ai reconnu parmi ceux-ci deux exemplaires dont les caractéristiques (écaillure, coloration) permettent de les

---

([3]) *Am. J. Physiol.*, **115**, 1936, p. 461-476.

([4]) *J. Exp. Zool.*, **106**, 1947, p. 300.

rapporter à l'espèce de Mocquard. Cependant chez ces deux individus l'appendice rostral est simple, effilé de section triangulaire; au surplus il n'y a pas de corne sus-oculaire. La dissection de ces deux échantillons m'a montré qu'il s'agissait de deux mâles.

L. alluaudi apparaît donc comme une espèce chez laquelle le dimorphisme sexuel est très nettement accusé et permet de reconnaître d'emblée le sexe des individus adultes [1].

Les trois autres espèces du genre *L. nasuta* Shaw, *intermedia* Blgr. et *crista-galli* D. et B. sont très proches les unes des autres; leur écaillure est identique et leur distinction n'est basée que sur la forme de l'appendice rostral. Chez *nasuta* celui-ci est en tout point comparable à ce que nous avons observé chez le mâle de *L. alluaudi*, alors que chez les autres espèces l'appendice est plat; foliacé, plus ou moins denté sur les bords et parfois divisé en dessous. L'existence de termes de passage entre les aspects extrêmes de l'appendice rostral chez *intermedia et crista-galli* me fait admettre qu'il sont les représentants d'une même espèce. Or celle-ci n'est connue dans les diverses Collections que par des échantillons du sexe femelle, alors que tous les individus de *nasuta* sont des mâles. Ces constatations jointes à la coexistence de ces trois formes dans les mêmes localités m'ont amené, par analogie avec ce que nous avons vu chez *L. alluaudi*, à la conclusion que nous nous trouvions en présence d'une seule espèce dont *nasuta* correspond aux individus mâles, alors que *intermedia* et *crista-galli* représentent les femelles.

Les représentants du genre *Langaha* sont donc caractérisés par un dimorphisme sexuel nettement accusé, portant avant tout sur la morphologie de leur appendice rostral; un tel dimorphisme n'a jusqu'alors jamais été signalé chez des représentants de la classe des Ophidiens.

ZOOLOGIE. — *Génèse et régénération de la tunique chez* Clavelina lepadiformis *Müller*. Note de M. **Jean-Marie Pérès**, présentée par M. Louis Fage.

On sait, principalement depuis les recherches de Saint-Hilaire [1], que la tunique des Ascidies est constituée de deux parties distinctes : la tunique proprement dite, et la cuticule superficielle. Grâce aux techniques cytochimiques, à des études statistiques, et à des expériences de détunication, portant sur trois espèces d'Ascidies simples et en particulier sur des zoïdes et des stolons de *Clavelina lepadiformis* Müller, j'ai pu mettre en évidence quelques

---

[1] J'ignore l'aspect présenté par l'appendice rostral ainsi que le degré de développement de la corne sus-osculaire chez les jeunes dont je n'ai observé aucun exemplaires.

[1] *Zool. Jahrb. Abt. Anat.*, 54, 1931, p. 435-638.

faits relatifs à la génèse et à la régénération de la tunique chez cette dernière espèce, faits que je détaillerai par ailleurs, mais qui peuvent être résumés brièvement comme il suit.

1. La tunique proprement dite est surtout constituée par de la tunicine (cellulose) accompagnée de protides qui sont sans doute des glycoprotéides dont le groupement prosthétique est un ester sulfurique de polysaccharide de poids moléculaire élevé.

2. La cuticule paraît purement protéique, mais ses protéines ne sont pas les mêmes que celles qui accompagnent la tunicine dans la substance fondamentale.

3. C'est l'épiderme qui est le grand responsable de la sécrétion de la substance fondamentale tunicale. Il n'y a pas de passage de substance, entre les cellules épidermiques, du tissu conjonctif ou de l'hémocèle vers la tunique. L'apport de glucides à la tunique par les cellules du mésenchyme émigrées est minime.

4. La cuticule, en revanche, est formée par dégénérescence, à la périphérie de la tunique, de cellules spéciales du mésenchyme : les cellules à vacuole réfringente (*Tropfenzellen* de Spek) (²) qui renferment un complexe glycoprotéique, dont elles abandonnent la partie glucidique au profit de la substance fondamentale tunicale. La diapédèse massive et rapide de ces cellules (déjà vue par Brien) (³) au travers de l'épiderme d'un stolon expérimentalement détuniqué, est en rapport avec la nécessité de former immédiatement une nouvelle cuticule. De même j'ai constaté que la formation de la cuticule épaisse des chambres bourgeonnantes coïncide avec le maximum de la diapédèse des cellules à vacuole réfringente dans la tunique. Enfin, les cloisons intratunicales qui se forment, après fragmentation d'un ensemble de stolons en chambres bourgeonnantes, proviennent également d'une dégénérescence, localisée à certaines zones, de cellules de la tunique parmi lesquelles les cellules à vacuole réfringente sont en majorité.

5. La génèse et la régénération d'une tunique complète impliquent donc une mobilisation de protides et surtout de glucides. Chez les stolons de *Clavelina lepadiformis* ces substances sont : *a. élaborées* par trois catégories principales d'éléments : les *cellules à vacuole réfringente* (renfermant un complexe glycoprotéique), les *cellules à granules métachromatiques* qui renferment des polysaccharides sous forme d'esters sulfuriques, les *cellules adipeuses* (sans doute de peu d'importance); *b. accumulées et remaniées* par les *phagocytes multiples* qui absorbent les éléments des catégories précédentes et font subir à leurs inclusions certaines transformations. Ce sont les réserves représentées par les inclusions des phagocytes multiples (riches en glucides à grosses molécules à la fin de leur évolution) qui sont utilisées lors de l'édification du

---

(²) *Arch. f. Entwicklungsmech*, **111**, 1927, p. 119-172.

(³) *Ann. Soc. Roy. Zool. Belgique*, **61**, 1930, p. 19-112.

blastozoïte par la chambre bourgeonnante. Au contraire les réserves qui sont mobilisées pour une tunicogénèse active, qu'elle soit naturelle (épaississement de la tunique des chambres bourgeonnantes), ou expérimentale (après détunication), ne semblent guère passer par le stade de *remaniement* des phagocytes multiples. Il y a, dans ce cas, dégénérescence directe de cellules à vacuole réfringente, et passage des glucides et des protides sous forme de solution colloïdale dans l'hémocèle stolonial.

Les glucides sont, sans doute sous une forme peu condensée, absorbés par les cellules épidermiques et accumulés par elles dans la grande vacuole basale qu'elles possèdent à cette phase de leur évolution. Ensuite, au fur et à mesure qu'on se déplace vers l'apex de ces hautes cellules épidermiques, les glucides apparaissent sous forme d'inclusions, d'abord homogènes, puis granuleuses, au sein desquelles les glucides se condensent de plus en plus (réaction de Bauer de plus en plus positive en allant vers l'apex des cellules). Cytologiquement et cytochimiquement, l'évolution des réserves au sein des phagocytes multiples et au sein de la cellule épidermique est absolument comparable, quoique le point de départ de cette évolution (cellules entières phagocytées dans le premier cas, substances dissoutes dans le second) soit morphologiquement différent. Il faut noter cependant que la polymérisation ultime des polysaccharides en tunicine, et l'union de celle-ci aux glycoprotéides responsables de la métachromasie de la tunique, ne paraissent jamais se produire au sein de la cellule épidermique elle-même, mais seulement à l'extérieur sur sa face apicale.

6. La détunication expérimentale apporte peu de perturbations dans l'épiderme des formations stoloniales où la tunicogénèse est toujours assez active dans les conditions normales. En revanche elle provoque, sur l'épiderme, apparemment au repos, du thorax d'un zoïde adulte des modifications importantes liées à l'hypersécrétion anormalement demandée à celui-ci : élévation des cellules, vacuolisation, présence d'inclusions, etc., qui rappellent les caractères généraux de l'épiderme des formations stoloniales.

ÉCOLOGIE. — *Sur la vitesse du courant et la répartition des Invertébrés rhéophiles.* Note de MM. A. **Dorier** et **François Vaillant**, présentée par M. Louis Fage.

Bien que la vitesse du courant soit reconnue comme un facteur important de la répartition des organismes d'eau douce, on ne possède jusqu'ici, à notre connaissance, que peu de données précises sur les vitesses de courant qu'ont à supporter les animaux rhéophiles.

A titre de contribution à cette étude, nous avons procédé avec le tube de Pitot à des séries de mesures, faites sur des animaux en place, dans plusieurs cours d'eau du Dauphiné.

Ces mesures, dont le détail sera publié ultérieurement, nous ont permis de constater que la plupart des animaux torrenticoles n'ont à supporter habituellement que des vitesses de courant relativement faibles, en général inférieures à $0^m,50$ par seconde.

C'est le cas des espèces qui peuplent les touffes de végétation, qui vivent à proximité des bords, ou qui s'abritent sous les pierres du fond. Les Planaires, *Gammarus*, Mollusques, larves de Trichoptères, nymphes d'Ephéméroptères et de Plécoptères y sont abondamment représentés.

Par contre, certaines espèces, que l'on peut qualifier de rhéobiontes, résistent en permanence à de forts courants. Ce sont notamment les larves de *Liponeura cinerascens* Loew., d'*Hapalothrix lugubris* Loew., de *Cardiocrepis brevirostris* Bezzi, de *Cardiocladius* sp., de *Simulium* sp., de *Drusus* sp., les nymphes de *Bætis* du type *gemellus*, qui supportent à la face supérieure des pierres ou des rochers, où elles sont installées, des courants de l'ordre de 2^m par seconde.

Nous avons, d'autre part, cherché à déterminer expérimentalement la vitesse maximum du courant qui pouvait être remonté par les principaux représentants de la faune torrenticole. A cet effet les sujets en expérience étaient placés dans un chenal en ciment parcouru par un courant d'eau dont on faisait varier la vitesse. Les mesures ont été prises comme précédemment avec le tube de Pitot.

En comparant ces résultats à ceux qui nous ont été donnés par les mesures faites dans la nature, on peut dégager les remarques suivantes :

Certaines Planaires (*Polycelis felina* Dal., *Planaria gonocephala* Dugès), les *Gammarus*, les larves d'Odonates (*Agrion*, *Calopteryx*) semblent ne posséder, quant aux risques d'entraînement par le courant, qu'une faible marge de sécurité. Les courants que ces animaux peuvent remonter ont une vitesse inférieure à $0^m,60$ par seconde.

Certains Mollusques (*Radix limosa* L., *Ancylastrum* sp.) peuvent encore progresser dans des courants dont la vitesse dépasse 1^m par seconde. Ces courants sont environ cinq fois plus rapides que ceux auxquels ils sont habituellement soumis.

Enfin les nymphes de Plécoptères (*Dinocras cephalotes* Curt., *Nemura* sp., *Chloroperla* sp.) et les nymphes d'Ephéméroptères à corps déprimé (*Ecdyonurus* sp., *Heptagenia* sp., *Rhithrogena* sp.) peuvent affronter et vaincre, selon les genres, des courants de $1^m,20$ à $1^m,30$ par seconde. Les nymphes d'*Epeorus* sont encore plus résistantes, en particulier les nymphes d'*Epeorus alpicola* (Eaton) qui remontent des courants de $2^m,40$ par seconde.

Ces animaux, abrités pendant le jour sous les pierres, font usage la nuit de leur faculté de résistance au courant. Des observations et des mesures faites après minuit dans le Furon (affluent de l'Isère) nous ont montré que des nymphes d'*Ecdyonurus*, installées à la face supérieure des pierres, supportent des courants de $0^m,70$ par seconde et que les nymphes d'*Epeorus* recherchent les points où le courant atteint sa vitesse maximum ($1^m,25$ par seconde).

La biocénose de la face inférieure des pierres compte donc aussi, parmi ses représentants, de véritables rhéobiontes. Les nymphes d'*Epeorus* nous en fournissent un bon exemple.

GÉNÉTIQUE. — *Polydactylie naturelle chez le Crapaud ordinaire* (Bufo bufo). Note de M. **Jean Rostand**, présentée par M. Maurice Caullery.

Ayant obtenu, l'an dernier, plusieurs petits crapauds polydactyles (six orteils, au lieu de cinq, aux pattes postérieures) dans un élevage de produits gynogénétiques ([1]), j'ai été amené à présumer l'existence de la mutation *polydactylie* chez le Crapaud ordinaire (*Bufo bufo*). Pour vérifier cette hypothèse, j'ai examiné, ce printemps, un grand nombre d'individus adultes (exactement, 7407 individus, tous du sexe mâle) ([2]), et j'ai, en effet, trouvé six exemplaires présentant, des deux côtés, une bifurcation très nette du premier orteil (orteil le plus interne).

L'anomalie étant symétrique, il n'est guère douteux qu'on n'ait affaire à une mutation. Ce serait, en dehors de l'albinisme, la première mutation rencontrée chez le Crapaud et, plus généralement, chez les Batraciens Anoures ([3]).

Les individus anormaux ont été naturellement conservés et, dès qu'il sera possible, on pratiquera des croisements avec des individus normaux, en vue de déterminer le mode de transmission de l'anomalie.

Les pattes antérieures des polydactyles sont normales; un examen attentif, d'ailleurs, n'a révélé aucune particularité somatique en rapport avec la polydactylie.

L'anomalie, qui s'exprime à peu près de même façon chez les six exemplaires adultes, est sensiblement moins apparente que chez les jeunes.

Deux exemplaires, en outre, présentaient un premier orteil bifide d'un seul côté (l'un à droite, l'autre à gauche); il est possible que, dans ce cas, la bifidité de l'orteil soit due à une hyperrégénération; de même, pour deux exemplaires qui présentaient, d'un seul côté, un deuxième orteil bifide.

Sans doute, la polydactylie se rencontre-t-elle dans les deux sexes, mais jusqu'ici nous n'avons eu l'occasion d'examiner, du moins en grand nombre, que des individus du sexe mâle.

Étant donné l'intensité de la sélection naturelle chez le Crapaud (mortalité larvaire considérable), il sera intéressant de comparer la fréquence de l'anomalie chez les adultes et chez les têtards ou les tout jeunes crapauds.

---

(1) Voir J. Rostand, *C. R. Soc. Biol.*, 141, 1947, p. 629; *Comptes rendus*, 225, 1947, p. 417.

(2) Ces crapauds, provenant du Jura, m'ont été fournis par M. Lelogeais.

(3) La polydactylie a été tout récemment signalée chez un Amblystome du Colorado par David W. Bishop et Robert Hamilton (*Science*, 26 décembre 1947).

Outre la polydactylie, j'ai relevé un certain nombre d'anomalies digitales diverses (ectrodactylie, atrophie du cinquième orteil), dont l'interprétation est plus délicate et sur lesquelles je me propose de revenir dans une prochaine Note.

A présent que l'attention est attirée sur les anomalies digitales des Batraciens Anoures, je ne doute pas qu'on n'en signale bientôt chez d'autres espèces, et, particulièrement chez la Grenouille, où d'anciens auteurs ont observé des exemplaires à six doigts ([4]).

Il est à peine besoin de souligner l'intérêt que pourra présenter, pour maintes recherches expérimentales, l'identification de mutations chez les Batraciens Anoures, jusqu'ici à peu près délaissés par l'investigation génétique.

BIOLOGIE. — *Lois de la croissance post-embryonnaire de quelques Corixides* (*Hémiptères aquatiques*). Note de M. **André Delsarte**, présentée par M. Maurice Caullery.

Le développement post-embryonnaire des Corixides comporte cinq mues. J'ai effectué, sur des individus récoltés dans la nature ou provenant d'élevages, des mensurations linéaires (longueur totale, largeur de la tête, longueurs des divers articles des pattes, etc.) aux âges successifs, pour quatre espèces, *Corixa geoffroyi* Leach, *Sigara falleni* (Fieber), *Sigara hieroglyphica* (Dufour), *Micronecta Poweri* (Dgl. et Sc.). Les variations individuelles sont suffisamment faibles pour que la moyenne de 10 mesures relatives à un même âge puisse caractériser ce stade.

1° *Corixa geoffroyi*. — Cette espèce, la plus grande, a une durée de développement d'environ 100 jours dans les conditions naturelles. La durée des âges successifs augmente progressivement, de 10 jours pour le premier âge à plus de 30 jours pour le cinquième. Les mesures relatives aux cinq âges larvaires forment cependant, pour chacune des dimensions envisagées, une *progression géométrique* régulière, de raison 1,46 pour la longueur totale, 1,38 pour la largeur de la tête, 1,49 pour le fémur, 1,51 pour le tibia, 1,42 pour le tarse de la patte intermédiaire, etc.

A la mue imaginale, le rapport d'accroissement est, pour toutes les dimensions, plus faible que lors des mues larvaires, et il n'existe pas, entre le rapport imaginal et le rapport larvaire, de relation fixe valable pour toutes les dimensions mesurées.

2° *Genre Sigara*. — Les deux espèces étudiées, plus petites que *Corixa*

([4]) « Quelques auteurs parlent, assez vaguement il est vrai, de l'existence de six doigts aux pattes postérieures de la Grenouille » (Isidore Geoffroy Saint-Hilaire, *Histoire générale et particulière des anomalies de l'organisation chez l'homme et les animaux*, Paris, 1832, t. 1, p. 688).

geoffroyi, ont, dans les mêmes conditions de milieu, une durée de développement plus courte (65 jours pour *S. falleni*, 45 jours pour *S. hieroglyphica*). Chez *S. falleni* et les mâles de *S. hieroglyphica*, les âges larvaires, à partir du second, correspondent également à une progression géométrique, de raison plus faible que chez *Corixa* (pour la longueur totale : 1,35 chez *S. falleni*; 1,28 chez *S. hieroglyphica*). Mais la première mue est marquée, pour toutes les dimensions, par un accroissement plus important que les autres mues larvaires. D'autre part, la durée du premier âge est, chez les *Sigara*, plus longue que celle du second; les durées des âges suivants augmentent progressivement.

Il est cependant possible de faire entrer toutes les mesures relatives au premier âge dans la progression des âges larvaires suivants : pour toutes les dimensions mesurées, en effet, le rapport d'accroissement du premier âge est égal au rapport des âges suivants élevé à une même puissance, 1,57 pour *S. falleni*, 1,30 pour *S. hieroglyphica*. Cette constatation s'interprète aisément en admettant que l'accroissement préparatoire [1] à la première mue s'effectuerait, en fonction du temps, au même taux que celui des mues suivantes, mais durerait plus longtemps; l'allongement du premier âge étant plus marqué pour *S. falleni* que pour *S. hieroglyphica*.

3° *Dimorphisme sexuel de Sigara hieroglyphica*. — Alors que, chez *Corixa geoffroyi* et *S. falleni*, les différences de taille entre les individus des deux sexes sont insignifiantes, chez *S. hieroglyphica*, par contre, il existe une différence nette à l'avantage des femelles, qui se manifeste à partir de la troisième mue. Les mâles continuent la progression du deuxième et du troisième âge; les femelles marquent une progression plus rapide. La durée du développement est également plus longue chez les femelles que chez les mâles, la différence portant sur les deux derniers âges larvaires.

Il est possible d'interpréter la divergence des femelles, comme celle des larves du premier âge, par une prolongation de la période de croissance des dernières mues, sans modification du taux de croissance en fonction du temps, ni altération des taux de croissance relative.

4° *Micronecta Poweri*. — Cette espèce, la plus petite, montre également un dimorphisme sexuel à l'avantage des femelles, se manifestant à partir du quatrième âge. Mais, ici, ce sont les femelles qui prolongent la progression des premiers âges; les mâles demeurant en deçà.

Ainsi, dans les quatre espèces étudiées et pour toutes les dimensions mesurées, le taux de croissance reste constant durant tout le cours de la vie

---

[1] Les expériences de régénération relatives à divers Arthropodes (*cf.* L. Tingaud, *Comptes rendus*, **218**, 1944, p. 886) ont montré que la période efficace de croissance ne représentait qu'une fraction de l'intermue. Il n'y a pas nécessairement proportionnalité entre la durée de cette période efficace et la durée de l'intermue.

larvaire, qui paraît constituer, en dépit des interuptions correspondant aux mues, une seule *phase* de croissance. Les irrégularités observées au premier âge chez les *Sigara* et le dimorphisme sexuel portant sur la taille chez *S. hieroglyphica* et *Micronecta* peuvent être attribués à un simple allongement de la durée de certaines intermues. La mue imaginale, par contre, correspondrait à un taux de croissance globale différent et à une répartition nouvelle des taux de croissance entre les parties du corps.

MICROBIOLOGIE. — *La croissance de* Pseudomonas æruginosa *sur les pétroles.* Note de M. **Boris Imelik**, présentée par M. Paul Pascal.

Nous avons cherché les conditions nécessaires pour la croissance du *Pseudomonas æruginosa* sur les pétroles. En revoyant les divers milieux synthétiques proposés pour la culture des bactéries utilisant les hydrocarbures comme source de carbone ([1]), nous avons constaté :

1° L'importance du phosphore, qui est indispensable et l'effet favorable du magnésium pour la croissance du *Pseudomonas æruginosa* sur les pétroles;

2° Les sels de Ca, Zn et Fe sont sans action. Pourtant, le fer peut avoir une action favorable pour la croissance de quelques souches;

3° La source d'azote peut être, soit un sel de NH_4, soit NO_3K. Les composés de NH_4 sont préférables; ils donnent une récolte légèrement supérieure;

4° La formation des acides libres, résultant de l'action des bactéries sur les pétroles, est rare. Donc, on peut remplacer le $CaCO_3$ employé comme tampon et qui est gênant pour l'observation de la croissance au fond de fioles, par un tampon composé de phosphates et de chlorure de sodium.

Tenant compte de ces observations, nous avons constitué un milieu de base ayant la composition suivante : $0^g,5$ NH_4Cl; $1^g,0$ Na_2HPO_4; $0^g,5$ KH_2PO_4; $0^g,5$ $MgSO_4$ et $4^g,0$ $NaCl$ par litre d'eau distillée. Les pétroles constituant la source carbonée sont stérilisés à part dans les tubes scellés et ils sont ajoutés stérilement avant l'ensemencement.

Avec ce milieu, nous avons observé :

1° La croissance satisfaisante de *Pseudomona æruginosa* et des autres bactéries décomposant les pétroles (Actinomyces, Monilia et Sarcina). A titre d'exemple, le tableau suivant montre la croissance d'une souche de *Pseudomonas æruginosa* en employant diverses sources de carbone.

2° L'augmentation parallèle du rendement de la croissance avec celle du poids moléculaire moyen de l'hydrocarbure employé;

3° L'insuffisance du milieu pour l'étude des produits de décomposition des pétroles légers, à cause d'une trop faible croissance (c'est un inconvénient de tous les milieux employés pour l'étude de la croissance des bactéries sur les

([1]) H. F. Hass, *Thèse*, 1942. Kansas State College, Manhattan, Kansas.

Source de carbone.	Bactéries dans 1 cm³ du milieu au temps 0.	1er jour.	2e jour.	3e jour.	4e jour.	5e jour.
Essence de pétrole (1 %)......	$0,3.10^6$	$2,8.10^8$	9.10^8	2.10^8	10^8	
Heptane (1 %)..............	3.10^6	$1,7.10^8$	$1,4.10^8$	8.10^8	2.10^7	5.10^6
Gasoil (1 %)...............	$2,9.10^6$	7.10^{10}	2.10^{11}	8.10^{11}	10^{12}	10^{12}
Huile de vaseline (1 %).....	$3,0.10^6$	$1,0.10^{12}$	5.10^{13}	9.10^{13}	7.10^{13}	7.10^{13}
Glucose (0,05 %)...........	$2,8.10^6$	5.10^{11}				
Glucose (0,05 %) et heptane (1 %)................	$2,5.10^6$	9.10^{11}	2.10^{12}	10^{12}	2.10^{12}	
Dibromthymolsulfonephtal..	$2,7.10^6$	2.10^8	$3,5.10^8$			
Dibromthymolsulfonephtaleine et heptane.........	2.10^6	8.10^8	$4,3.10^9$	8.10^9	10^{10}	

pétroles). L'addition de 0g,85 à 0g,1 de glucose par litre fait passer le nombre de germes de 10^8 à 10^{12}, ce que nous considérons comme suffisant pour une étude des produits de décomposition;

4° La vitesse de la croissance et la volonté d'attaque des diverses classes d'hydrocarbures varie d'une souche à l'autre d'une même espèce;

5° La formation d'acides libres par *Pseudomonas æruginosa* à partir des hydrocarbures est observable seulement en présence de dibromothymolsulfonephtaléine, qui peut être utilisée elle-même comme source de carbone.

A 16h, l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 16h40m.

L. B.

ERRATA.

—

(Séance du 19 janvier 1948.)

Note de M. *Vasilesco Karpen*, Rôle de la constante capillaire et de la densité du courant dans l'électrolyse de l'eau :

Page 233, ligne 39, *au lieu de* 0,21, *lire* 0,12.

(Séance du 8 mars 1948.)

Note de M. *Fridolin Firtion*, Sur les variations du pH et du rH dans quelques tourbières du Jura français :

Page 829, ligne 6, *au lieu de* 25,6, *lire* 26,6.